COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1916.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

JORDAN (Marie-Ennemond-Camille) (O. ✻).
PICARD (Charles-Émile) (O. ✻).
APPELL (Paul-Émile) (C. ✻).
PAINLEVÉ (Paul) ✻.
HUMBERT (Marie-Georges) (O. ✻).
HADAMARD (Jacques-Salomon) ✻.

SECTION II. — *Mécanique.*

BOUSSINESQ (Joseph-Valentin) (O. ✻).
DEPREZ (Marcel) (O. ✻).
LÉAUTÉ (Henry-Charles-Victor-Jacob) (O. ✻).
SEBERT (Hippolyte) (C. ✻).
VIEILLE (Paul-Marie-Eugène) (C. ✻).
LECORNU (Léon-François-Alfred) (O. ✻).

SECTION III. — *Astronomie.*

WOLF (Charles-Joseph-Étienne) (O. ✻).
DESLANDRES (Henri-Alexandre) ✻.
BIGOURDAN (Guillaume) ✻.
BAILLAUD (Édouard-Benjamin) (C. ✻).
HAMY (Maurice-Théodore-Adolphe) ✻.
PUISEUX (Pierre-Henri) ✻.

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

GRANDIDIER (Alfred) (O. ✻).
BASSOT (Jean-Antoine-Léon) (C. ✻).
BERTIN (Louis-Émile) (C. ✻).
LALLEMAND (Jean-Pierre, *dit* Charles) (O. ✻).
N. . . . .
N. . . . .

SECTION V. — *Physique générale.*

Messieurs :

LIPPMANN (Jonas-Ferdinand-Gabriel) (C. ✻).
VIOLLE (Louis-Jules-Gabriel) (O. ✻).
BOUTY (Edmond-Marie-Léopold) (O. ✻).
VILLARD (Paul-Alfred) ✻.
BRANLY (Désiré-Eugène-Édouard) ✻.
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie.*

GAUTIER (Émile-Justin-Armand) (C. ✻).
LEMOINE (Clément-Georges) (O. ✻).
HALLER (Albin) (C. ✻).
LE CHATELIER (Henry-Louis) (O. ✻).
JUNGFLEISCH (Émile-Clément) (O. ✻).
MOUREU (François-Charles-Léon) ✻.

SECTION VII. — *Minéralogie.*

BARROIS (Charles-Eugène) (O. ✻).
DOUVILLÉ (Joseph-Henri-Ferdinand) (O. ✻).
WALLERANT (Frédéric-Félix-Auguste) ✻.
TERMIER (Pierre-Marie) (O. ✻).
LAUNAY (Louis-Auguste-Alphonse DE) ✻.
N . . . .

SECTION VIII. — *Botanique.*

GUIGNARD (Jean-Louis-Léon) (O. ✻).
BONNIER (Gaston-Eugène-Marie) (O. ✻).
MANGIN (Louis-Alexandre) (C. ✻).
COSTANTIN (Julien-Noël) ✻.
N. . . . .
N. . . . .

SECTION IX. — *Économie rurale.*

Messieurs :

SCHLŒSING (Jean-Jacques-Théophile) (C. ✻).
CHAUVEAU (Jean-Baptiste-Auguste) (G. O. ✻).
MÜNTZ (Charles-Achille) (O. ✻).
ROUX (Pierre-Paul-Émile) (G. O. ✻).
SCHLŒSING (Alphonse-Théophile) (O. ✻).
MAQUENNE (Léon-Gervais-Marie) ✻.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

RANVIER (Louis-Antoine) (O. ✻).
PERRIER (Jean-Octave-Edmond) (C. ✻).
DELAGE (Marie-Yves) (O. ✻).
BOUVIER (Louis-Eugène) (O. ✻).
HENNEGUY (Louis-Félix) (O. ✻).
MARCHAL (Paul-Alfred) ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

GUYON (Casimir-Jean-Félix) (C. ✻).
ARSONVAL (Jacques-Arsène D') (C. ✻).
LAVERAN (Charles-Louis-Alphonse) (C. ✻).
DASTRE (Albert-Jules-Frank) (O. ✻).
RICHET (Robert-Charles) (C. ✻).
. . . .

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

DARBOUX (Jean-Gaston) (G. O. ✻), pour les Sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-Alfred) ✻, pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Messieurs :

FREYCINET (Charles-Louis DE SAULSES DE) (O. ✻).
HATON DE LA GOUPILLIÈRE (Julien-Napoléon) (G. O. ✻).
CARNOT (Marie-Adolphe) (C. ✻).
LABBÉ (Léon) (C. ✻).
BONAPARTE (Le prince Roland).
CARPENTIER (Jules-Adrien-Marie-Léon) (C. ✻).
TISSERAND (Louis-Eugène) (G. O. ✻).
LANDOUZY (Louis-Théophile-Joseph) (C. ✻).
BLONDEL (André-Eugène) ✻.
GRAMONT (Le comte Antoine-Alfred-Arnaud-Xavier-Louis DE) ✻.

MEMBRES NON RÉSIDENTS.

SABATIER (Paul) (O. ✻), à Toulouse.
GOUY (Louis-Georges) ✻, à Lyon.
BAZIN (Henry-Émile) (O. ✻), à Chenôve (Côte-d'Or).
DEPÉRET (Charles-Jean-Julien) ✻, à Lyon.
GOSSELET (Jules-Auguste-Alexandre) (O. ✻), à Lille.
DUHEM (Pierre-Maurice-Marie), à Bordeaux.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

MONACO (S. A. S. Albert Ier, Prince souverain DE) (G. C. ✻).
RAYLEIGH (Lord), à Witham (Angleterre) (O. ✻).
VAN DER WAALS (Joannes-Diderik), à Amsterdam.
DEDEKIND (Julius-Wilhelm-Richard), à Brunswick.
RAMSAY (Sir William) (O. ✻), à Londres.
LANKESTER (Edwin-Ray), à Londres.
LORENTZ (Hendrik-Antoon), à Leyde.
METCHNIKOFF (Élie) (C. ✻), de Kharkoff (Russie), en résidence à Paris.
SCHWENDENER (Simon), à Berlin.
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Section Ire. — *Géométrie* (10).

Messieurs :

SCHWARZ (Hermann-Amandus), à Grünewald, près Berlin.
ZEUTHEN (Hieronymus-Georg), à Copenhague.
MITTAG-LEFFLER (Magnus-Gustaf) (C. ✻), à Stockholm.
NŒTHER (Max), à Erlangen.
VOLTERRA (Vito), à Rome.
GUICHARD (Claude), à Paris.
HILBERT (David), à Gœttingue.
COSSERAT (Eugène-Maurice-Pierre), à Toulouse.
N. . . . .
N. . . . .

Section II. — *Mécanique* (10).

VALLIER (Frédéric-Marie-Emmanuel) (O. ✻), à Versailles.
WITZ (Marie-Joseph-Aimé), à Lille.
ZABOUDSKI (Nicolas), à Pétrograd.
LEVI-CIVITA (Tullia), à Padoue.
VOIGT (Woldemar), à Gœttingue.
BOULVIN (Jules), à Gand.
SCHWOERER, à Colmar.
SPARRE (Le comte Magnus-Louis-Marie DE), à Lyon.
PARENTY (Henry-Louis-Joseph) (O. ✻), à Lille.
N. . . . .

Section III. — *Astronomie* (16).

LOCKYER (Sir Joseph-Norman), à Sidmouth.
STEPHAN (Jean-Marie-Édouard) (O. ✻), à Marseille.
BACKLUND (Oskar) (G. O. ✻), à Poulkova.
BAKHUYZEN (VAN DE SANDE) (C. ✻), à Leyde.
CHRISTIE (William-Henry), à Greenwich (Angleterre).

Messieurs :

WEISS (Edmund) (O. ✻), à Vienne.
PICKERING (Edward-Charles), à Cambridge (Massachusetts).
GAILLOT (J.-B.-Aimable) (O. ✻), à La Varenne-Saint-Hilaire (Seine).
TURNER (Herbert-Hall), à Oxford.
HALE (George-Ellery), à Mount Wilson (Californie).
KAPTEYN (Jacobus-Cornelius) ✻, à Groningue.
VERSCHAFFEL (Aloys), à Abbadia (Basses-Pyrénées).
LEBEUF (Auguste-Victor) ✻, à Besançon.
DYSON (F.-W.), à Greenwich.
N. . . . .
N. . . . .

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

TEFFÉ (le baron DE), à Rio-de-Janeiro.
NANSEN (Fridtjof) (C. ✻), à Bergen (Norvège).
HELMERT (Frédéric-Robert), à Potsdam.
COLIN (le R. P. Édouard-Élie), à Tananarive.
GALLIENI (Joseph-Simon) (G. C. ✻), à Paris.
BRASSEY (Thomas, Lord) (C. ✻), à Londres.
HEDIN (Sven-Anders) (C. ✻), à Stockholm.
HILDEBRANDSSON (Hugo-Hildebrand) (O. ✻), à Upsal.
DAVIS (William-Morris) ✻, à Cambridge (Massachusetts).
N. . . . .

SECTION V. — *Physique générale* (10).

BLONDLOT (Prosper-René) (O. ✻), à Nancy.
MICHELSON (Albert-A.), à Chicago.
BENOÎT (Justin-Miranda-René) (O. ✻), à Courbevoie.
CROOKES (Sir William), à Londres.
BLASERNA (Pietro) (C. ✻), à Rome.
GUILLAUME (Charles-Édouard) (O. ✻), à Courbevoie.
ARRHENIUS (Svante-August), à Stockholm.
THOMSON (Joseph-John), à Cambridge.
RIGHI (Auguste), à Bologne.
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie* (10).

Messieurs :

Forcrand de Coiselet (Hippolyte-Robert de) (O. ✻), à Montpellier.
Guye (Philippe-Auguste) ✻, à Genève.
Guntz (Nicolas-Antoine) ✻, à Nancy.
Graebe (Carl), à Francfort-sur-le-Mein.
Barbier (François-Antoine-Philippe) (O. ✻), à Lyon.
Ciamician (Giacomo) ✻, à Bologne.
Charpy (Augustin-Georges-Albert) ✻, à Montluçon.
Grignard (François-Auguste-Victor) ✻, à Nancy.
N. . . . .
N. . . . .

Section VII. — *Minéralogie* (10).

Geikie (Sir Archibald) (O. ✻), à Haslemer (Angleterre).
Tschermak (Gustav), à Vienne.
Œhlert (Daniel) (O. ✻), à Laval.
Brögger (Waldemar-Christofer) (C. ✻), à Christiania.
Heim (Albert), à Zürich.
Kilian (Charles-Constant-Wilfrid) ✻, à Grenoble.
Lehmann (Otto), à Carlsruhe.
Grossouvre (Félix-Albert Durand de) (O. ✻), à Bourges.
Becke (Friedrich-Johann-Karl), à Vienne.
N. . . . .

Section VIII. — *Botanique* (10).

Grand'Eury (François-Cyrille) ✻, à Saint-Étienne.
Pfeffer (Wilhelm-Friedrich-Philipp), à Leipzig.
Warming (Johannes-Eugenius-Beilow), à Copenhague.
Flahault (Charles-Henri-Marie) (O. ✻), à Montpellier.
Bertrand (Charles-Eugène) ✻, à Lille.
Boudier (Jean-Louis-Émile) ✻, à Montmorency.
Wiesner (Julius), à Vienne.
Engler (Heinrich-Gustav-Adolf), à Dahlem, près Berlin.
Vries (Hugo de), à Amsterdam.
Vuillemin (Jean-Paul), à Malzéville, près Nancy.

Section IX. — *Économie rurale* (10).

Messieurs :

Gayon (Léonard-Ulysse) (o. ✻), à Bordeaux.
Winogradski (Serge), à Pétrograd.
Yermoloff (Alexis) (c. ✻), à Pétrograd.
Heckel (Édouard-Marie) (c. ✻), à Marseille.
Godlewski (Emil), à Cracovie.
Perroncito (Edouardo) (o. ✻), à Turin.
Wagner (Paul), à Darmstadt.
Leclainche (Auguste-Louis-Emmanuel) (o. ✻), à Toulouse.
Imbeaux (Charles-Édouard-Augustin) ✻, à Nancy.
Balland (Joseph-Antoine-Félix) (o. ✻), à Saint-Julien (Ain).

Section X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

Retzius (Gustave) (c. ✻), à Stockholm.
Maupas (François-Émile) ✻, à Alger.
Simon (Eugène-Louis) ✻, à Lyons-la-Forêt (Eure).
Francotte (Charles-Joseph-Polydore), à Bruxelles.
Renaut (Joseph-Louis) ✻, à Lyon.
Yung (Émile-Jean-Jacques), à Genève.
Lœb (Jacques), à New-York.
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

Section XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

Lépine (Jacques-Raphaël) (o. ✻), à Lyon.
Czerny (Vincent-Joseph), à Heidelberg.
Baccelli (Guido) (g. o. ✻), à Rome.
Calmette (Léon-Charles-Albert) (c. ✻), à Lille.
Manson (Sir Patrick), à Londres.
Pavlov (Jean-Petrovitz), à Pétrograd.
Bernstein (Julien), à Halle-sur-Saale.
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 JANVIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. ED. PERRIER, PUIS DE M. C. JORDAN.

M. **Edmond Perrier**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des Recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de de l'année 1915.

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er *janvier* 1916.

Volumes publiés.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le Tome 157 (2e semestre de l'année 1913) est paru avec ses Tables et a été mis en distribution.

Le Tome 158 (1er semestre de l'année 1914) est paru avec ses Tables et sera prochainement mis en distribution.

Les numéros du 2e semestre de l'année 1914, et des 1er et 2e semestres de l'année 1915 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le Tome LIII, 2e série, vient de paraître et est mis aujourd'hui en distribution.

Mémoires présentés par divers savants à l'Académie. — Le Tome XXXV, 2e série, a été mis en distribution.

L'Académie a décidé que, l'avenir, les *Mémoires de l'Académie* et les *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie* seraient réunis en un seul Recueil, qui conservera le titre de *Mémoires de l'Académie*.

Procès-Verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835. — Le Tome V, années 1812-1815, a été mis en distribution.

Le Tome VI, années 1816-1819, est paru et sera prochainement distribué.

Observatoire d'Abbadia. — Est paru un *Catalogue de* 14263 *étoiles, comprises entre* + 16° *et* + 24° (*zone photographique de Paris*).

Volumes en cours de publication.

Mémoires de l'Académie. — Le Tome LIV, 2e série, est en préparation.

Procès-Verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835. — Les 36 premières feuilles du Tome VII, années 1820-1823, sont composées.

Changements survenus parmi les Membres depuis le 1er janvier 1915.

Membres décédés.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Guyou**, le 24 août; M. **Hatt**, le 9 octobre.

Section de Physique générale. — M. **Amagat**, le 15 février.

Section de Botanique. — M. **Prillieux**, le 7 octobre; M. **Zeiller**, le 27 novembre.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Bouchard**, le 28 octobre.

Membres à remplacer.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Guyou**, décédé le 24 août 1915; M. **Hatt**, décédé le 9 octobre 1915.

Section de Physique générale. — M. **Amagat**, décédé le 15 février 1915.

Section de Minéralogie. — M. **A. Lacroix**, élu Secrétaire perpétuel pour les Sciences physiques, le 8 juin 1914.

Section de Botanique. — M. **Prillieux**, décédé le 7 octobre 1915; M. **Zeiller**, décédé le 27 novembre 1915.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Bouchard**, décédé le 28 octobre 1915.

Associés étrangers. — M. **Édouard Suess**, décédé le 26 avril 1914; M. **Hittorf**, décédé le 28 novembre 1914.

M. **von Baeyer**, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie en date du 15 mars 1915; le décret qui avait approuvée l'élection a été rapporté par un nouveau décret en date du 28 mai 1915.

Changements survenus parmi les Correspondants depuis le 1er janvier 1915.

Correspondants décédés.

Section d'Astronomie. — M. **Auwers**, à Berlin, le 24 janvier.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Albrecht**, à Potsdam, le 31 août.

Section de Chimie. — Sir **Henry Roscoe**, à Londres, le 18 décembre.

Section de Minéralogie. — M. **Vasseur**, à Marseille, le 9 octobre.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Henri Fabre**, à Sérignan (Vaucluse), le 11 octobre.

Correspondants à remplacer.

Section de Géométrie. — M. **Gordan**, à Erlangen, décédé le 21 décembre 1912; M. **Félix Klein**, à Gœttingue, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie, en date du 15 mars 1915.

Section de Mécanique. — M. **Considère**, à Paris, décédé le 3 août 1914.

Section d'Astronomie. — M. **G.-W. Hill**, à West-Nyack (New-York), décédé le 16 avril 1913; M. **Auwers**, à Berlin, décédé le 24 janvier 1915.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Th. Albrecht**, à Potsdam, décédé le 31 août 1915.

Section de Physique générale. — M. **Gouy**, à Lyon, élu Membre non résident le 28 avril 1913.

Section de Chimie. — Sir **Henry Roscoe**, à Londres, décédé le 18 décembre 1915; M. **Emil Fischer**, à Berlin, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie, en date du 15 mars 1915.

Section de Minéralogie. — M. **Vasseur**, à Marseille, décédé le 9 octobre 1914.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Jean Pérez**, à Bordeaux, décédé en septembre 1914; M. **Waldeyer**, à Berlin, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie, en date du 15 mars 1915; M. **Henri Fabre**, à Sérignan (Vaucluse), décédé le 11 octobre 1915.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Ernst von Leyden**, à Berlin, décédé le 5 octobre 1910; M. **Mosso**, à Turin, décédé le 24 novembre 1910; M. **Zambaco**, à Constantinople, décédé en décembre 1913.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. C. **Jordan**, en prenant possession du fauteuil de la Présidence, s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

En déférant à l'aimable invitation de M. Perrier, je dois tout d'abord le remercier en votre nom de la bonne grâce avec laquelle il a exercé une présidence dont nous conserverons précieusement le souvenir.

Il nous exprimait naguère en quelques phrases éloquentes le vœu qu'il fût donné à son successeur, plus heureux que lui, de célébrer, avec la fin des épreuves de notre douce France, le triomphe complet de la justice sur la barbarie.

J'accepte ce présage. Car les merveilles de courage et de patriotisme que chaque jour nous révèle sont les sûrs garants de nos espérances. J'envoie à nos chers « poilus », au fond de leurs tranchées, les souhaits de l'Académie des Sciences et le tribut de son admiration.

J'ai été profondément touché, mes chers Confrères, de voir que vous avez songé à me déférer la présidence pour cette année. Un pareil choix est le plus grand honneur qui puisse advenir à un savant au déclin de ses jours.

Il m'impose des devoirs nouveaux dont je serais un peu intimidé si je ne comptais pour m'aider à les remplir sur l'appui de l'expérience de nos Secrétaires perpétuels.

Permettez-moi, en terminant, de renouveler un vœu bien connu mais peu exaucé. J'ai assisté à des séances mémorables où Pasteur exposait ses découvertes; nous l'écoutions dans un silence religieux. Mais il faut bien avouer que telle n'est pas la physionomie habituelle de nos réunions.

Les Communications, souvent très intéressantes, sont à la rigueur entendues par le Bureau; mais le bruit des conversations particulières couvre pour tous les autres Membres la voix de l'orateur. Tous mes prédécesseurs vous ont dit la même chose, parce que c'est toujours la même chose. Sans méconnaître l'utilité de ces entretiens privés, ils vous ont fait remarquer

que la salle de l'Académie Française, dont nous disposons, semble très propre à cet objet.

D'autre part, ne serait-il pas désirable d'apporter un peu plus de ponctualité dans la tenue de nos séances? Elles en sont arrivées peu à peu à n'ouvrir que vers 15 heures et demie.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le Tome LIII, 2e série, des *Mémoires de l'Académie des Sciences* est en distribution au Secrétariat.

M. le **Président** annonce le décès de Sir *Henry Roscoe*, Correspondant de l'Académie pour la Section de Chimie.

ASTRONOMIE. — *Les Manuscrits des Œuvres de Jean de Lignières* (1). Note de M. **G. Bigourdan**.

Cambridge (Engl.).

M. R. James, *A descriptive Cat. of the Manuscripts Gonville and Cajus College*, t. I :

110-179 (p. 114), f° 1. — Inc. canones super magnum almanach omnium planetàrum a mag. Johanne de Lineriis picardi ambianensis dyocesis, compositum super meridianum parisiensem.

A Catalogue of the mss. preserved in the Library of the Univ. of Cambridge, t. II, 1857; t. III, 1858:

1017 (II, p. 118), f°s 78-92 *a*. — **13**. *Canones M. Joh. de Lineriis de Calculatione Eclipsium.*

There are 69 canons, of wich 60, 61, 62, 63, appear first, followed by the remainder in order. The above seem to have come to the transcriber's (Kaerlyon's) knowledge first.

Begins : Eclipsem Solis et Lune in quocunque Anno... Ends : et sic per propositionem. Explicient canones M. Johannis de Lineriis.

1017 (II, p. 116), f°s 23 *b*-26. — **5**. *Algorismus de Minuciis vulgaribus.* This is a treatise on the Arithmetic of vulgar, and physical, or sexagesimal fractions.

Begins : Modum representationis Minuciarum vulgarium... Ends : et habebis quod queris, etc. Explicit Algorismus in Minuciis vulgaribus.

---

(1) Voir *Comptes rendus*, t. **161**, 1915, p. 759. Je dois tous mes remercîments à M. H. Omont, dont les conseils m'ont bien abrégé les recherches de ces manuscrits.

There is an addition wich ends : ... minuciarum vulgarium et physicarum sufficiunt. Explicit de Minuciis vulgaribus secundum Magistrum Johannem de Lyneriis.

1572 (III, p. 215). — Tracts with figures, giving the elements of the epicyclic orbits of the superior planets, by John de Lineriis.

1719 (III, p. 346), f[os] 54 *b*–56 *b*. — 11. *Canones Magistri Johannis de Lyneriis Picardi Diocesis Ambianensis super Tabulas Alfonsii olim regis Castelli.* — Begins : Quia ad inveniendum loca planetarum.... Ends : ... dic eclipsym lune possibilem in illo mense.

Id., *Id.*, f[os] 56 *b*–61 *a*. — 12. *Canones Eclipsium cum aliis diversis Johannis Lynerii.* — Begins : Utrum planeta sit statorius directus aut retro... — Ends : qui fuit in radice et sic post propositum. Expliciunt canones, etc., ordinati per Magistrum Johannem de Lyneriis Picardinum Diocesis Ambianensis anno Incarnationis Christi 1322°. Restat in honore et pace perpetua. Amen.

M. R. James, *A Descriptive Catalogue of the Manuscripts in the Library of Peterhouse.* Cambridge, 1899 :

277 (p. 354), I, 3. — Inc. algorismus de minuciis [M[ri] Joh. de linieris].

Id. (p. 354), II, 12. — Canones tabularum primi mobilis mag[ri] Johannis de Lineriis. An angel nicely drawn with the pen, by the initial. Cuius libet arcus propositi sinum rectum inuenire. — Ends : vero loco solis qui fuerit in radice 2[e] proporcionis (?). Expl. Canones tabularum primi mobilis et equationum simul et eclipsium ordinati per mag[rum] Johannem de Lineriis pictandum dyoc. Ambianensis.

Cracovie.

D[r] Wladyslaw Wislocky, *Catalogus codicum manuscriptorum bibliothecæ Universitatis Jagellonicæ Cracoviensis.* Cracovie, 1877-1881 :

459. Str. 100-105 : Alius Tractatus astronomicus. Zaczyna sie : « Quere coniunccionem mediam solis et lune... » Na koncu « ... scias, esse doctrinam mgri Iohannis de Linerijs, a quo habeo doctrinam et scienciam meam ».

546. Str. 117-123 : Tractatus secundum doctrinam mgri Iohannis de Ligneriis. Zaczyna sie : « Eclipsis quantitatem et derivacionem per Tabulas ».

551. Str. 45-58 : Incipiuntur Canones Tabularum Alfoncy : Tempus est mensura motus, ut wlt Aristoteles IV to Physicorum.... » Przy koncu « ... secundum doctrinam mgri Iohannis de Linerys expressam. In nomine dni, finis adest super Tabulas Alphoncij Canonum a. 1388. »

Id., Str. 113-138 : Tractatus Ioannis de Linerijs. Na str. 123 : « Et sic est finis Canonum in Tabulas primi mobilis ; Incipiunt Canones super Tabulas equacionum, quas simul editit mgr. Johannes de Linerijs. »

552. Str. 114-118 : De eclipsi solis secundum doctrinam mgri Joannis de Ligneriis. Zaczyna sie : « Eclipsis solis quantitatem et derivacionem per Tabulas invenire.... » Na koncu : «... scias, secundum doctrinam mgri Iohannis de Linerijs, a quo habeo doctrinam et scienciam meam ; Expliciunt Canones mgri Iohannis Dankonis, etc. ».

555. Aequatorium planetarum, cum Tabulis Blanchini. Zaczyna sie : « Iohannes Blanchinus... salutes plurimas dicit.... » Na str. 24 : « Explicit equatorium planetarum secundum mgrum Iohannem de Linerijs, finitum a. d. 1453 in Studio Perusiensij per Iohannem Smora de Leznijcz, etc. »

557. Aequatorium planetarum, cum Tabulis Blanchini. Zaczyna sie : « Iohannes Blanchinus... salutes plurimas dicit.... » Na k. 12 v. : « Explicit Equatorium planetarum secundum mgrum Iohannem de Lincijs, scriptum a. d. 1456 Cracovie per Iohannem Zmora de Leznijcz. »

564. Str. 1-37 : Canones Tabularum regis Alfonsi. Zaczyna sie : « Tempus est mensura motus, ut wlt Aristotiles IV to Physicorum.... » Na koncu : « Expliciunt Canones primi mobilis Tabularum mgri Iohannis de Linerys, extracte ex Albategni, deo gracias. »

Id. Str. 38-72 : « Incipiunt Canones secundi mobilis Tabularum Iohannis de Linerijs. »

Id. Str. 115-146 : « Incipiunt Tabule mgri Iohannis de Linerijs. »

573. Str. 3-53 : Theoria planetarum Gerhardi Cremonensis, cum figuris pictis. Zaczyna sie na str. 5 : « Circulus ecentricus vel egresse cuspidis... ». Na str. 4 : « Causa efficiens fuit mijr Gerhardus Genonensis, qui hunc librum ex multis doctrinis aliorum in compendium redegit... item titulus : Incipit Theorica planetarum Iohannis de Linerijs vel de Sacrobusto.... »

578. Str. 1-62 : « Canones Tabularum mgri Iohannis de Linerijs De motibus planetarum. » Na koncu : « Expliciunt Canones Tabularum astronomie, per mgrum Iohannem de Linerys ordinati et completi Parisius, anno ab incarnacione dni nostrj Iesu Cristi 1322. »

602. Str. 121-162 : « Incipiunt Tabule mgri Iohannis de Linerijs ».

604. Str. 57-75 : Kalendarium. Zaczyna sie : « Ad habendum breviter noticiam presentis Kalendarii, extracti a Kalendario mgri Iohannis de Linerijs et Tabulis coniunccionum mgri Iohannis de Danko, est sciendum.... »

610. Str. 495 : « Canones Iohannis de Linerijs. »

613. Str. 367 : « Expliciunt Canones mgri Iohannis de Linerijs ».

618. Str. 19-24 : J. Dankonis Canones : « Eclipsis solis quantitatem et derivacionem per Tabulas inuenire... » Na koncu : « ... secundum doctrinam mgri Iohannis de Linerijs, aquo habeo doctrinam et scienciam meam. Et sic est finis Canonum eclipscium mgri Dankonis, a. d. 145 feria b ad vincula s. Petri finiti, per manus Iohannis de Ludziczsko scripti. »

Id. Str. 27-36 : « Expliciunt Canones de primo mobili Iohannis de Linerijs. »

715. Str. 139 : « ... secundum doctrinam mgri de Linerys, a quo habeo scienciam meam. »

1863. « Tabule de veris et medys motibus planetarum (ab. a. 1430-1499), cum Canonibus » mgri Danconis. Na koncu : « ... secundum doctrinam mgri Iohannis de Linerys, aquo habeo doctrinam et scienciam meam. Et sic est finis Canonum eclipsium mgri Danconis, etc. »

1927. Str. 1 : Scripta super Tabulas Alfoncy et de Lineriis.

Erfurt.

Dr W. Schum, *Beschreibendes verzeichniss der Amplionischen Handschriften-Samlung*. Berlin, 1887, in-4°.

F. **376** (Mitte des 14. Jh.). — 6. Bl. 30′-53′. Deinde sequuntur *tabule* septem *planetarum*, maxime solis et lune. *Tabule Iohannis de Lineriis*. Anordung der Tafeln etwas abweichend von F 384 u. 388.

F. **377** (1323 u. 1434). — 3. Bl. 22-35. *Iohannis Pychardi* de *Lineriis* canones tabulas astronomicas illustrantes.

Anf. : Cuiuslibet arcus propositi sinum rectum invenire. Sinus rectus est medietas. Ende : qui fuit in radice et sic patet propositum. Expl. canones tabularum astronomie ordinati per magistrum Iohannem Pychardum de Lineriis et completi Parisius anno ab incarnacione Christi filii Dei 1322, scripte Parisius per manum Iohannis de Dane cowe a. D. M° CCC° XXIII° in die cathedra Petri; Deo gr. Bl. 21 oben nur schwer lesbar in kl. Cursive : Composicio astrolabii... magistri Iohannis de Parvo sancto (?)... tabularum bonarum (?) magistri Iohannis de Lineriis.

Id. *Id.* — 8. Bl. 38′-40′. *Johannis de Lineriis* canones de *inveniendis minutiis* compositi.

Anf. : Modum representacionis minuciarum vulgarium et phisicarum proponere. Ende : non posui plures quia ille ad propositum nostrum sufficiant. Expl. canones minuciarum mag. Ioh. de Lin.

F. **384** (Mitte des 14. Jh.). — 3. Bl. 26-45′. *Iohannis de Lineriis tabulæ* astronomicæ (Nicht im Cat.).

1. *Tafel*. Inc. tab. mag. Ioh. de Lineriis; tabula medii motus lune in elongacione sui a soli. Letze Tafel : Tabula de exitu planetarum sub radiis solis et eorum ingressu.

Id. *Id.* — 4. Bl. 46-53′. *Canones* (*Iohannis*) *Dankonis* circa easdem.

Anf. : Tempus est mensura motus, ut dicit Aristoteles quarto phisicorum. Ende : facias secundum doctrinam mag. Ioh. de Lineriis, a quo habeo doctrinam meam et scienciam. Expl. canones mag. Ioh. Danekonis astronomi illustris et sic est finis per totum, quamvis non nimis bene. Bl 46 unten ein auf das J. 1351 bezügliche Bemerkung.

F. **386** (um 1359). — 2. Bl. 26-32. *Exposiciones* canonum *primi mobilis Ioh.*(*annis*) *de Lineriis* a *Dankone*.

Anf. : Quia plures astrologorum diversos libros fecerunt. — Io. de Lineriis magister meus canones presentes ordinavit — ego Io. de Saxonia intendo — ponere exempla de omnibus operacionibus que communiter per tabulas solent fieri. — Cuiuslibet arcus propositi, etc. Totum opus. Ende im Abschnitt : Arcum equinoxialis elevatum ab ortu solis usque ad horam presentem mit completus eius nadayr 12, capricorni.

F. **388** (Viertel des 15. Jh.). — In isto volumine continentur tabule Iohannis de Lineriis ad habendum motus veros et medios omnium planetarum, item eiusdem de coniunctionibus et opposicionibus planetarum; item canones de predictis; item pars canonum equatorii planetarum.

1. Bl. 1-35. *Iohannis de Lineriis tabulae* motuum verorum et mediorum planetarum.

Anf. : Saturni. Tabula medii motus Saturni et eius argumenti.

Ende : Tabula medie coniunctionis solis et lune ad ciclum perfectum, 1446 completur, etc.

2. Bl. 36'-38'. *Eiusdem commentarius* in tabulas præcedentes.

Anf. : Cum volueris scire verum locum alicuius. Ende : habebis partem proporcionalem quesitam. Exest.

3. Bl. 39'-42'. Eiusdem tabulœ VI « distancias vere coniunctionis et opposicionis » indicantes.

4. Bl. 42'. Fragmentum *commentarii* ad has tabulas spectantis.

Anf. : Cum scire volueris vera loca planetarum per instrumentum. Ende : Exemplum de Mercurio. Medius motus Mercurii die predicta erat. 5.

F 394 (Anfang des 14. Jh.) — **15** Bl 140'u. 141. De *mesuracionibus Io* (*hannis*) de *Lyneriis*. Rubr. : Inc. de mesur. Ioh. de Lin. De profundidate putei. Anf. : Profunditate putei mesurare. Ende : mensuras omnium ad invicem et habetis propositum.

F 395 (um 1373) — **9** Bl. 40-43'. Tractatus de *aspectibus Iohannis de Lineriis* doctrinam sequens.

Anf. : Tempus quarti aspectus solis et lune invenire. Ende : eclipsis figuram autem facies secundum doctrinam magistri Iohannis de Lineriis, a quo scienciam meam habeo.

Q **325** (Mitte v. Ausg. des 14. Jh. 1369) — **25** Bl. 191'-192'. *Algorismus* de *minuciis* (*Petri de Lineriis;* nach Inhalts-verzeichniss).

Anf. wie F 377 Nr 8, wo Johannes de Lineriis als Verf. genannt ist. Ende : velis reducere ad integrum, dimidamus (!).

Q **349** (Anf., Mitte u. Ende des 14. Jh.) — **1** Bl. 1-7. Item *declaraciones canonum Iohannis de Lyneriis* super tabulis eiusdem.

Ueberschr. Decl. can. magistri I. d. L. sup. c. e. Anf. : Circa canonem de invencione locorum planetarum. Ende : de aliis sex climatibus. Expl. tractatus decl. etc.

7. Bl. 11-17'. Quedam de *minuciis phisisis* et *vulgaribus* (a *Iohanne* de *Lineriis* edit.).

Anf. : Multiplicis philosophie variis radiis illustrato domino Roberto de Bardis de Florencia Glacunensis (!) ecclesie inclite decano Io. de Lin. Anbianensis diocesis astronomice veritatis amator vestro ingenio moderetis. Modum addicionis integrorum. Ende : motus cuiuslibet diei primus. Expl., totum.

Q **352** (Frühster 13. Jh bis 1368) — **10** Bl 71 u. 71'. *Tabule proporcionis Iohannis* de *Lyneriis* ad inveniandum differenciam graduum ad gradus et eciam graduum ad minuta.

Q **355** (Späteres 13. Jh bis 2 Hälfte des 14. Jh.) — **21** Bl. 73-81'. *Saphea* (!) *circa astrolabium* (cuius auctor *Ioh. de Lineriis* Q 366 N. 8 fuisse dicitur). *Ueberschr. von der Hand der Joh. de Wasia* : Saphea. Anf. : Descriptiones que sunt in facie instrumenti notificare. Limbus. Ende : Scita longitudine unius cuiusque civitatis — situare. Si civitas illa — operare ut prius.

Q **357** (Spätes 13. u. Anfang des 14. Jh.) — **15**. Bl. 127-133. *Algorismus de minuciis* (*Ioh. de Lineriis*).

Rubr. : Inc. al. de m. Anf. : M. r. m. ph. et vulg. demonstrare, Sonst wie F. 377 Nr 8. Ende mit versch. Worstellung.

Q **362** (1. Hälfte des 11. sowie 1. u. 2 Hälfte des 14. Jh.) — **1** Bl. 1-54. Item *tabule* illustris regis *Alfoncii* optime et correctissime a principio usque in finem. Bl. 36'-54 :

Tab. augium, latitudinum, coniunccionum, opposicionum, etc. Ein Theil derselben wird dem Joh. de Lineris Zugeschrieben.

Q **363** (Ausg. des 13. u. Anf. des 14. Jh.) — **21** Bl. 33-36. *Tabule* magistri *Iohannis de Lineriis* de *mediis motibus planetarum*, centris et argumentis ad annos Christi et ad meridianum Parisiensem. Ueberschr. des fr. 14. Jh. Inc. etc. Bl. 35′ unter. : Nota quod hec tabula facta est per Ioh. de Madenburch ad a. D. 1330 super merid. Paris. ita quod in ista tubula continentur tempora in quibus sol in principia 12 signorum ingreditur — medii celi.

Q **365** (2. Hälfte des 12. Jh., 1297 bis Mitte des 14. Jh.) — **16** Bl. 85-98′. *Tractatus algoristicus* de *minuciis* et quedam demonstraciones circa eundem (*Iohannis de Lineriis*). Anf. : Modum wie F. 377 Nr. 8 u. : Quia in fractionibus sunt duo numeri — secundaque 7200. Una medietas wie Q 348 Br. 6. Ende : eciam in presenti figura.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les fractions continues et les formes quadratiques binaires indéfinies.* Note de M. G. HUMBERT.

1. Un des plus beaux résultats de la Théorie des formes quadratiques binaires indéfinies est le suivant, dû à Dirichlet :

Soit F *une forme* (a, b, c) *primitive, telle que l'équation* $a\omega^2 + 2b\omega + c = 0$ *ait une racine positive,* ω ; *le nombre des réduites de Gauss équivalentes à* F *est égal à celui des quotients incomplets qui composent la période dans la fraction continue (périodique) qui représente* ω, *ou à deux fois ce nombre, selon que* (a, b, c) *n'équivaut pas ou équivaut à* $(-a, b, -c)$ (¹).

D'autre part, les travaux de divers géomètres, à la tête desquels il faut placer Hermite, ont conduit à modifier et élargir la notion de réduite ; c'est ainsi que les *réduites d'Hermite* se classent en *principales*, comparables à celles de Gauss, et en *secondaires*. Stephen Smith (*Ac. dei Lincei*, 1877) et M. Hurwitz (*Math. Ann.*, t. 45) ont proposé d'autres extensions.

Existe-t-il un théorème analogue au précédent quand on considère, dans l'un ou l'autre de ces systèmes, et principalement dans celui d'Hermite, l'*ensemble* des réduites équivalentes à F ? C'est l'objet de la présente étude. Nous commencerons par les réduites de M. Hurwitz.

2. *Division de Stephen Smith.* — Considérons la division, Δ, du demi-plan analytique en triangles curvilignes, introduite pour la première fois par Stephen Smith (*loc. cit.*) et définie comme il suit.

(¹) Naturellement, on peut toujours choisir dans une classe une forme F telle que ω soit positif.

On part du triangle, T_0, formé, dans le demi-plan, par les droites $\xi = 0$, $\xi = 1$, et la demi-circonférence de centre $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ et de rayon $\frac{1}{2}$; on prend les triangles *symétriques* de T_0 par rapport à ses côtés, et ainsi de suite pour les triangles successivement trouvés; on obtient de cette manière la division Δ, en triangles T; chacun de ceux-ci a ses trois angles nuls et ses sommets sur $\eta = 0$, sauf un, qui peut être à l'infini. De plus, une substitution modulaire *quelconque* change Δ en Δ, et il existe une et une seule substitution modulaire changeant à la fois T en T_0 et un sommet de T, donné arbitrairement, en le sommet $z = \infty$ de T_0. Toutes ces propriétés sont classiques.

3. *Interprétation géométrique des fractions continues.* — Cela posé, ω étant une irrationnelle positive quelconque, parcourons la droite $\xi = \omega$ (ou D_0), de $+\infty$ vers ω, dans le demi-plan; nous traversons des triangles successifs de la division. Soit T l'un d'eux; appelons *pointe* de T (par rapport à D_0) le sommet d'où partent les deux côtés de T que coupe D_0, et désignons par $p : q$ l'abscisse de cette pointe. Les pointes sont toutes sur $\eta = 0$; le premier triangle traversé, T_1, a $z = \infty$, a, $a + 1$ pour sommets, a étant le plus grand entier contenu dans ω : on regardera comme sa pointe le point $a : 1$, c'est-à-dire qu'on commencera la suite des $p : q$ par $a : 1$; on la continuera ensuite sans ambiguïté, indéfiniment [1].

Or, on établit : 1° *que la suite des $p : q$ distinctes est exactement celle des réduites de la fraction continue ordinaire qui représente* ω; 2° *que le quotient incomplet auquel on s'arrête (exclusivement) dans cette fraction, pour obtenir la réduite $p : q$, est égal au nombre des triangles* T, *de pointe $p : q$, traversés par la droite* D_0.

4. *Cas d'un nombre ω quadratique.* — Si ω vérifie l'équation

$$a\omega^2 + 2b\omega + c = 0,$$

où a, b, c sont entiers et premiers entre eux, considérons la demi-circonférence

$$a(\xi^2 + \eta^2) + 2b\xi + c = 0,$$

soit C, et suivons-la, dans le demi-plan, *en nous dirigeant vers le point* ω. Opérons sur C comme tout à l'heure sur D_0, en formant la série successive

(1) Si ω est rationnel, la suite s'arrêtera à ω.

des abscisses des pointes (par rapport à C) des domaines traversés par C : il est évident géométriquement que *cette série coïncide, à partir d'un certain terme, avec la série analogue relative à* D_0.

Appelons maintenant *arc de* C tout arc intercepté sur C par un des triangles T; en répétant des raisonnements classiques, on reconnaît que ces arcs se répartissent en *périodes;* une période est formée par μ arcs *successifs*, découpés sur C par des triangles

$$T^{(1)},\quad T^{(2)},\quad \ldots,\quad T^{(\mu)};$$

l'arc suivant serait découpé par le triangle transformé de $T^{(1)}$ par une substitution modulaire fixe, S, changeant ω (et C) en elle-même; sous forme binaire, S est la substitution *semblable fondamentale* de la forme (a, b, c). (Le choix entre S et S^{-1} se fait en prenant celle des deux substitutions qui change un point de C en un point plus rapproché de ω.) La *période* suivante est dès lors formée par les triangles

$$T^{(1)}S,\quad T^{(2)}S,\quad \ldots,\quad T^{(\mu)}S,\quad \text{etc.}$$

D'après la signification géométrique des quotients incomplets de la fraction continue ω, il est clair que ceux qui correspondent aux triangles d'une période sont les mêmes, dans le même ordre, que ceux de la période suivante, et ainsi de suite : de là résultent *la périodicité de la fraction continue*, la périodicité *inverse* de celle qui correspond au nombre quadratique conjugué de ω, et bien d'autres propriétés de ces développements.

5. *Réduites de M. Hurwitz.* — Ce sont les formes quadratiques binaires indéfinies (α, β, γ) pour lesquelles $\alpha > 0$ et $\gamma < 0$. On reconnaît aisément que le nombre de ces réduites équivalentes à F est celui des formes, ψ, équivalentes à F, dont la circonférence représentative coupe *les deux côtés rectilignes* du triangle initial T_0.

Or, il est clair que l'arc de C intérieur à T équivaut modulairement à l'arc, intérieur à T_0, d'une et d'une seule forme ψ; on obtient ce dernier arc en appliquant au premier la substitution modulaire qui change T en T_0 et la pointe de T en le sommet ∞ de T_0 : on en conclut que le nombre des formes ψ est celui des triangles T traversés par C, dans l'intervalle d'une période d'arcs; donc, d'après le n° 3, il est égal à la *somme* des quotients incomplets de la fraction continue ω, pour l'intervalle d'une période.

Enfin, on établit facilement qu'à la période des arcs sur C correspond la période *minima* des quotients incomplets, ou cette période répétée deux

fois, selon que la forme initiale (a, b, c) n'équivaut pas ou équivaut à $(-a, b, -c)$ (Dirichlet). Donc :

Le nombre des réduites de M. Hurwitz équivalentes à (a, b, c) est égal à la somme des quotients incomplets de la période minima obtenue dans la réduction en fraction continue de ω, racine positive quelconque de $a\omega^2 + 2b\omega + c = 0$, ou égal au double de cette somme, selon que (a, b, c) n'équivaut pas ou équivaut à $(-a, b, -c)$.

On aurait pu donner de ce théorème une autre démonstration, en suivant la marche de Dirichlet; mais la méthode indiquée s'étend seule au cas suivant; de plus, elle met en évidence une interprétation géométrique intéressante des fractions continues.

6. *Réduites d'Hermite.* — On appelle ainsi les formes dont la circonférence représentative *pénètre* dans le domaine fondamental classique du groupe modulaire. La recherche du nombre de ces réduites qui équivalent à F est notablement plus difficile que la précédente, parce que, au lieu des triangles T, dont *tous* les sommets sont sur $\eta = 0$ ou à l'infini, il faut introduire les domaines modulaires ordinaires, dont *un seul* sommet jouit de cette propriété; de même, au développement en fraction continue de ω, il faut substituer la méthode d'approximation d'Hermite. Nous reviendrons, avec quelque détail, sur cette question qui est l'objet principal de notre travail; énonçons seulement ici le résultat final, analogue à celui du n° 5 :

Soient $h_1, h_2, \ldots, h_k$ les quotients incomplets de la période minima obtenue dans la réduction de ω en fraction continue; le nombre total des réduites d'Hermite équivalentes à (a, b, c) est $(1 + h_1) + (1 + h_2) + \ldots + (1 + h_k)$, si l'on ne regarde pas comme distinctes deux réduites telles que (α, β, γ) et $(-\alpha, \beta, -\gamma)$.

Il y a exception lorsque, parmi les circonférences représentatives des réduites, il en est qui passent par l'un ou l'autre des deux points

$$z = \pm \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2},$$

sommets du domaine modulaire fondamental : il faut alors, pour rétablir l'exactitude, compter pour *deux* chacune des réduites correspondantes.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur les liaisons cachées et les forces gyroscopiques apparentes dans les systèmes non holonomes.* Note de M. **Paul Appell.**

I. Dans la recherche d'une représentation mécanique d'un phénomène, on ne peut *a priori* admettre que les liaisons cachées sont d'une nature spéciale : on doit donc, pour embrasser le cas le plus général, supposer que ces liaisons ne sont pas holonomes et employer, non les équations de Lagrange ni les équations canoniques, mais les équations générales comme celles qui résultent de la considération de l'énergie d'accélération.

Ce point de vue, qui paraît devoir intéresser les physiciens, a été indiqué dans une Note, *Sur l'emploi possible de l'énergie d'accélération dans les équations de l'Électrodynamique*, que j'ai présentée à l'Académie dans la séance du 22 avril 1912 (*Comptes rendus*, t. 154, p. 1037); il a été développé dans une Note de M. Édouard Guillaume, *Sur l'extension des équations mécaniques de M. Appell à la physique des milieux continus; application à la théorie des électrons* (*Comptes rendus*, t. 156, 10 mars 1913, p. 875).

Si l'on emploie, à tort, les équations de Lagrange, on est amené à introduire, en plus des forces réellement appliquées, des forces *apparentes* qui, d'après la terminologie de Sir William Thomson (*Treatise on Natural Philosophy*, Vol. I, Part I, new edition, Cambridge, 1879, p. 391-415), sont des forces *gyroscopiques*, comme celles qui se présentent dans certains phénomènes électromagnétiques.

C'est ce fait que je me propose de mettre en lumière d'une manière générale.

II. Quoique la considération du seul système à étudier suffise, il me paraît préférable de faire la comparaison que je vais employer.

Imaginons deux systèmes (A) et (B), à liaisons cachées indépendantes du temps et sans frottements, l'un (A) holonome, l'autre (B) non holonome. Supposons que ces deux systèmes aient le même nombre k de degrés de liberté et la même expression pour leur énergie cinétique

$$2T = \Sigma a_{ij} q'_i q'_j,$$

les coefficients a_{ij} étant des fonctions des paramètres $q_1, q_2, \ldots, q_k$; supposons enfin que les forces réellement appliquées aux deux systèmes dérivent de la même fonction de forces,

$$U(q_1, q_2, \ldots, q_k),$$

ou, plus généralement, que la somme des travaux de ces forces, pour un déplacement quelconque $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_k$, ait la même expression

$$Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + \ldots + Q_k \delta q_k$$

dans les deux systèmes.

Le fait que des systèmes de ce genre existent résulte d'un exemple que j'ai donné dans mon *Traité de Mécanique* (2e édition, t. 2, p. 385, n° 469).

Dans ces conditions, les équations de mouvement du système (A) sont

$$\text{(A)} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, k).$$

Celles du système (B) pourront s'écrire

$$\frac{\partial S}{\partial q''_i} = Q_i,$$

S désignant l'énergie d'accélération de ce système; on pourra aussi les mettre sous la forme

$$\text{(B)} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \Delta_i,$$

les Δ_i étant des termes correctifs homogènes et du second degré par rapport aux composantes $q'_1, q'_2, \ldots, q'_k$ des vitesses; la composition analytique de ces termes Δ_i a été indiquée dans un article intitulé : *Remarques d'ordre analytique sur une nouvelle forme des équations de la Dynamique*, que j'ai publié dans le *Journal de Mathématiques* de M. Jordan, 5e série, t. 7, 1901, p. 5-12. On peut aussi obtenir ces termes en utilisant, d'une façon convenable, les calculs de Hertz (*Œuvres*, t. 3).

On voit alors que, pour l'observateur qui croirait les liaisons du système (B) holonomes, il semblerait que ce système soit soumis non seulement aux forces réelles donnant naissance aux termes $Q_1, Q_2, \ldots, Q_k$, mais encore à des forces apparentes donnant naissance aux termes correctifs Δ_1, $\Delta_2, \ldots, \Delta_k$.

D'ailleurs ces forces apparentes sont *gyroscopiques*. En effet, l'application du théorème des forces vives montre que les deux systèmes d'équations (A) et (B) entraînent la même équation des forces vives

$$\frac{dT}{dt} = Q_1 q'_1 + Q_2 q'_2 + \ldots + Q_k q'_k,$$

obtenue en les ajoutant, après les avoir multipliées respectivement par $q'_1, q'_2, \ldots, q'_k$.

On obtient donc la relation

$$\text{(C)} \qquad \Delta_1 q'_1 + \Delta_2 q'_2 + \ldots + \Delta_k q'_k = 0,$$

qui a lieu quelles que soient les composantes $q'_1, q'_2, \ldots, q'_k$ des vitesses et les paramètres $q_1, q_2, \ldots, q_k$, puisque toutes ces quantités peuvent être prises arbitrairement à l'instant initial. La somme des travaux des forces apparentes Δ_i est donc nulle dans le déplacement réel : ces forces sont *gyroscopiques*.

Si l'on fait un changement de variables *sous forme finie*

$$q_i = f_i(p_1, p_2, \ldots, p_k) \qquad (i = 1, 2, \ldots, k),$$

les équations (A) et (B) conservent les mêmes formes, où les q et les q' sont remplacés par les p et les p', où les Q sont remplacés par les P déduits de l'identité

$$Q_1 \delta q_1 + \ldots + Q_k \delta q_k \equiv P_1 \delta p_1 + \ldots + P_k \delta p_k,$$

et où les Δ qui définissent les forces apparentes sont remplacés par des Γ déduits de l'identité analogue

$$\Delta_1 \delta q_1 + \ldots + \Delta_k \delta q_k \equiv \Gamma_1 \delta p_1 + \ldots + \Gamma_k \delta p_k.$$

Les forces apparentes se comportent donc, dans ce changement de variables, comme de véritables forces.

L'exemple le plus simple des considérations que nous venons de développer est fourni par la théorie du cerceau et de la bicyclette, telle qu'elle est exposée dans le Mémoire de M. Carvallo (*Journal de l'École Polytechnique*, IIe série, 1900-1901, 5e et 6e Cahiers).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les lois de la dissolution* (réponse à M. Colson). Note de M. **Henry Le Chatelier**.

M. Colson, dans des Notes récentes, a cité avec une insistance évidente, mon nom, mes formules de l'équilibre chimique et mes anciennes expériences sur la solubilité des sels. C'est une invite formelle à une réponse de ma part; je m'empresse de déférer à ce désir.

Le but de ces Communications était de démontrer l'inexactitude de la formule

$$i \times \frac{dC}{C} = -500 \times \frac{dT}{T^2} \times \rho,$$

que j'ai donnée il y a 30 ans (*Comptes rendus*, t. 100, 1885, p. 50) et que Van' t Hoff a reprise ultérieurement.

L'auteur a négligé de signaler une conséquence capitale de ses expériences; il aurait découvert la solution d'un problème cherché sans succès depuis longtemps par de nombreux savants : la réalisation du mouvement perpétuel.

Le carbonate de soude anhydre se dissoudrait avec dégagement de chaleur et posséderait cependant, contrairement aux indications de la formule, une solubilité croissante avec la température.

Prenons donc une certaine quantité de la solution saturée de ce sel à la température T et ramenons-la à une température inférieure T^0. Laissons se déposer à cette température le sel qui doit cristalliser par suite de la diminution de solubilité. Soit $-Q$ la quantité de chaleur absorbée par cette séparation. Réchauffons maintenant le sel cristallisé et la solution, puis mettons-les en contact à la température T pour régénérer la solution primitive. Nous aurons un dégagement de chaleur $+Q$. En laissant maintenant retomber cette quantité de chaleur de la température T à la température T^0 par l'intermédiaire d'une machine de Carnot, nous produirons un travail égal à

$$425 \times Q \times \frac{T - T^0}{T}.$$

Autant de fois nous recommencerons le même cycle, autant de fois nous produirons la même quantité de travail, sans avoir rien dépensé en échange. C'est donc bien là le mouvement perpétuel.

Quelques esprits arriérés, fidèles aux vieilles traditions classiques (j'ai le malheur d'être de ceux-là), se demanderont peut-être si, avant de bouleverser les principes de toute science, pour une seule expérience contradictoire, il n'y aurait pas lieu de commencer par discuter la valeur même de cette expérience.

M. Colson cite deux faits relatifs, l'un au carbonate de soude et l'autre au chlorure de sodium. Pour le premier de ces sels l'affirmation de la solubilité croissante est purement hypothétique. La mesure n'a jamais été faite et elle semble même irréalisable dans l'état actuel de la science, le sel anhydre s'hydratant immédiatement au contact de l'eau. C'est donc là une preuve purement fictive.

Dans le cas du chlorure de sodium, la difficulté est d'une autre nature. Tout roule sur la considération des différentielles secondes. C'est là un

sujet toujours délicat, on n'a pas le droit de sauter à pieds joints par-dessus les difficultés; elles sont nombreuses.

Deux méthodes de mesures ont été employées pour prouver qu'à la température de 0°, la chaleur d'équilibre du sel marin est positive. La première procède par deux différences successives entre des grandeurs 50 fois plus grandes que le résultat final. L'auteur lui-même déclare que les erreurs possibles sont supérieures en valeur absolue à la grandeur mesurée. Il n'y a donc pas lieu d'insister.

La seconde méthode, au contraire, repose sur une mesure directe. Je ne puis pas en contester le principe, puisque je l'ai recommandée lors de mes expériences sur les butyrates et les isobutyrates, comme la seule exacte. Elle n'est pas cependant exempte de difficultés et ne convient que pour les chaleurs de dissolution importantes; celles des butyrates et des isobutyrates sont peut-être 100 fois plus fortes que celle du chlorure de sodium. L'emploi de cette méthode comporte des corrections multiples, dont il ne sera pas inutile de chercher à apprécier l'importance.

1° La chaleur d'humectation de la poudre sèche du sel doit être défalquée de la chaleur totale observée. Les mesures faites sur du sable quartzeux en grains de $0^{mm},005$ ont donné 14^{Cal} par gramme. En admettant le même chiffre pour le chlorure de sodium, cela ferait pour une molécule $+ 800^{Cal}$. La finesse du sel, il est vrai, ne devait pas être si grande. En prenant seulement des grains de $0^{mm},05$, cela ferait encore un dégagement de $+ 80^{Cal}$.

2° La chaleur de dissolution, qui figure dans la formule, se rapporte à des cristaux d'un rayon de courbure infini, pour lesquels l'intervention de l'énergie superficielle est négligeable. La chaleur de dissolution croît avec la finesse. L'on n'a pas de mesures relatives au chlorure de sodium, mais si l'on admet les chiffres trouvés pour le sulfate de baryte et le sulfate de chaux, cette seconde quantité de chaleur serait pour des grains de $0^{mm},005$, de $+ 200^{Cal}$ et pour des grains de $0^{mm},05$, de $+ 20^{Cal}$.

3° Les expériences faites à $0°,15$ sont sujettes à une autre cause d'erreur : la formation de l'hydrate à 2^{mol} d'eau. Cette chaleur doit être voisine de 2000^{Cal}. Il suffit donc de l'hydratation d'une petite quantité du sel solide resté au contact de la dissolution pour occasionner de graves perturbations.

4° Je ne discuterai pas les mesures calorimétriques elles-mêmes. La régularité de l'abaissement de température par $0°,02$ laissera cependant rêveurs les savants habitués aux mesures thermochimiques.

En somme, la correction à apporter aux chiffres publiés doit être de l'ordre d'une centaine de calories, c'est-à-dire que la chaleur d'équilibre du chlorure de sodium à 0° serait voisine de -70^{Cal} plutôt que de $+30^{\mathrm{Cal}}$. En tout cas le signe doit certainement être changé.

Si l'on ne demande à ces expériences que ce qu'elles peuvent donner, elles fournissent une vérification parfaite de la formule contestée. Au point de vue qualitatif, elles montrent nettement la décroissance de la chaleur d'équilibre du chlorure de sodium et sa tendance à s'annuler au voisinage de 0°. Par suite, d'après la formule, la solubilité du sel doit tendre vers un minimum (et non vers un maximum, comme cela a été indiqué sans doute par suite d'un *lapsus calami*). Or, en prenant dans les Tables les solubilités du chlorure de sodium et en extrapolant vers les basses températures, où les mesures sont impossibles par suite de la formation de l'hydrate, on trouve un minimum de solubilité vers — 10°.

Si l'on veut essayer la comparaison au point de vue quantitatif, ce qui est d'ailleurs illusoire en raison de la précision insuffisante des mesures de solubilités et des mesures calorimétriques, on trouve par application de la formule

$$2 \times \frac{0{,}005}{35} = -500 \times \frac{dT}{75000} \times \rho, \qquad \text{d'où} \qquad \rho = -42^{\mathrm{Cal}},$$

ce qui rentre bien dans les valeurs indiquées plus haut.

Je ne puis donc que remercier M. Colson de la vérification qu'il a donnée par ses expériences de ma formule. Cette vérification cependant n'était pas nécessaire, parce que la formule en question est une conséquence nécessaire des principes fondamentaux de l'énergétique dans les limites de précision des lois de Mariotte et de Gay-Lussac, à condition de considérer le terme i comme une variable, comme une fonction de la température et de la concentration. Si, au contraire, on le considère comme un paramètre fixe, la formule n'est plus qu'approchée, mais cependant très approchée.

En ce qui concerne la coïncidence de la chaleur de dissolution nulle avec le minimum de la courbe de solubilité, la conclusion est dans tous les cas rigoureuse et indépendante de la grandeur du paramètre i.

BALISTIQUE. — *Sur la trajectoire des projectiles lancés avec grande vitesse initiale sous un angle de projection voisin de 45°.* Note de M. DE SPARRE (¹).

Les corrections à faire subir à u et à y pour une valeur donnée de x sont donc fournies par les formules (11) et (12), avec la condition que, pour $x = 0$,

$$\Delta u = \Delta y = \frac{d\,\Delta y}{dx} = \frac{d^2\,\Delta y}{dx^2} = 0,$$

puisque les valeurs initiales de u, y, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ sont égales à celles prises dans la première approximation.

Nous admettrons maintenant que la trajectoire est partagée en arcs d'étendue assez restreinte pour que sur chacun d'eux on puisse poser

$$\frac{n}{u}(\cos\theta - \cos\theta_0) + hy\,\varphi(v) = ax + bx^2, \tag{13}$$

$$\frac{n}{u^4}(\cos\theta - \cos\theta_0) + \frac{hy}{u^3}\varphi(v) = a_1 x + b_1 x^2, \tag{14}$$

a, b, a_1, b_1 étant déterminés par les conditions que les deux membres des égalités précédentes, qui sont égaux pour $x = 0$, le soient également pour $x = x_1$, x_1 étant la valeur de x pour la fin de l'arc, obtenue par la première approximation et que, de plus, leurs dérivées soient égales pour $x = 0$.

Ces conditions donnent (²)

$$ax_1 + bx_1^2 = 2\frac{n}{u_1}\sin\frac{\theta_0 - \theta_1}{2}\sin\frac{\theta_0 + \theta_1}{2} + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}\varphi(v_1), \tag{15}$$

$$a_1 x_1 + b_1 x_1^2 = 2\frac{n}{u_1^4}\sin\frac{\theta_0 - \theta_1}{2}\sin\frac{\theta_0 + \theta_1}{2} + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}\frac{\varphi(v_1)}{u_1^3}, \tag{16}$$

$$a = \frac{ng\,\mathrm{tang}\,\theta_0}{v_0^3} + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}\frac{\mathrm{tang}\,\theta_0}{y_1}\varphi(v_0), \tag{17}$$

$$a_1 = \frac{ng\,\mathrm{tang}\,\theta_0}{u_0^3 v_0^3} + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}\frac{\mathrm{tang}\,\theta_0}{y_1}\frac{\varphi(v_0)}{u_0^3}. \tag{18}$$

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 767.

(²) En tenant compte des relations

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{g}{v^2}, \qquad \frac{dy}{dx} = \mathrm{tang}\,\theta, \qquad hy_1 = \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}.$$

En tenant compte de (13) et (14) et remarquant de plus que

$$\Delta \operatorname{tang} \theta = \frac{d\,\Delta y}{dx},$$

les équations (11) et (12) donneront pour la fin de l'arc où $x = x_1$

$$\Delta u = \frac{K x_1}{3}(a\,x_1 + b\,x_1^2) + \frac{K a x_1^2}{6},$$

$$\Delta \operatorname{tang} \theta = \frac{K g x_1^2}{6}(a_1 x_1 + b_1 x_1^2) + \frac{K g a_1 x_1^3}{6},$$

$$\Delta y = \frac{K g x_1^3}{30}(a_1 x_1 + b_1 x_1^2) + \frac{K g a_1 x_1^4}{20}.$$

Si alors nous tenons compte des relations (15), (16), (17) et (18) et si, pour simplifier l'écriture, nous posons

(19) $$\gamma = \frac{K n x_1}{3},$$

(20) $$\nu = K x_1 \frac{\delta_0 - \delta_1}{6 \delta_0},$$

(21) $$\lambda = \frac{\gamma}{u_1} \sin \frac{\theta_0 - \theta_1}{2} \sin \frac{\theta_0 + \theta_1}{2} + \nu \varphi(v_1),$$

(22) $$\mu = \frac{\gamma g x_1 \operatorname{tang} \theta_0}{2 v_0^2} + \frac{\nu x_1 \operatorname{tang} \theta_0}{y_1} \varphi(v_0),$$

(23) $$\lambda' = \frac{x_1 g}{u_1^3} \lambda,$$

(24) $$\mu' = \frac{x_1 g}{u_0^3} \mu,$$

on aura

(25) $$\Delta u_1 = 2\lambda + \mu,$$

(26) $$\Delta \operatorname{tang} \theta_1 = \lambda' + \mu',$$

(27) $$\Delta y_1 = 0,2 x_1 \lambda' + 0,3 x_1 \mu'.$$

En résumé on calculera, pour chaque arc de la trajectoire, une première approximation de la valeur des variables pour la fin de l'arc au moyen des formules (2), (5), (6), (7), (8) et (9) et des Tables de fonctions balistiques de Siacci.

On en déduira la valeur δ_1 de δ à la fin de l'arc par la formule (1) (¹)

(¹) Il n'y aura pas en général à calculer une deuxième approximation de δ, car la correction Δy_1 de y ne sera pas assez considérable pour faire éprouver à δ une variation dont il y ait lieu de tenir compte.

et l'on aura alors pour les valeurs finales u', θ' et y' de u, θ, y correspondant à la valeur x_1 de x,

$$u' = u_1 + \Delta u_1, \qquad \operatorname{tang}\theta' = \operatorname{tang}\theta_1 + \Delta \operatorname{tang}\theta_1, \qquad y' = y_1 + \Delta y_1;$$

et l'on en conclura la valeur finale v' de v pour la fin de l'arc.

Nous avons appliqué la méthode précédente au calcul de la trajectoire du canon allemand de 381 (celui de Dunkerque) dont les caractéristiques, d'après ce qui a été publié en Allemagne à son sujet, seraient les suivantes :

$$a = 0,381, \qquad p = 760, \qquad v_0 = 940.$$

Nous avons de plus pris pour l'indice balistique la valeur $i = 0,865$ qui est donnée par Cranz [1] comme étant celui des projectiles normaux de l'artillerie allemande ayant 1,3 calibre pour la longueur de la partie ogivale.

Nous ferons remarquer toutefois, au sujet de l'indice balistique, qu'il est très possible et même probable, que l'on a pu le réduire, plus ou moins notablement, par une modification de la partie antérieure ou encore plus de la partie postérieure du projectile, et il en serait résulté une augmentation de la portée. Nous avons refait le même calcul en supposant la densité de l'air constante et égale à sa valeur au sol; les deux résultats sont résumés dans le Tableau suivant :

Trajectoire lorsqu'on tient compte de la diminution de la densité de l'air.

θ.	Y.	X.	V.
45°. 0′	0	0	940
36.29	6640	7490	572
20.45	10315	13948	421
0. 0	11382	19443	364
−25. 8	10046	25303	371
−45.35	5972	30873	412
−59.47	0	35359	407

Trajectoire lorsqu'on suppose la densité de l'air constante et égale à 1.

θ.	Y.	X.	V.
45°. 0′	0	0	940
35.18	6587	7490	482
20.24	8836	11555	332
0. 0	9467	14846	284
−25.18	8662	18375	283
−45.46	6284	21609	310
−65.19	0	25692	344

[1] CRANZ, *Lehrbuch der Ballistik*, t. 1, p. 48.

On voit que par l'effet de la diminution de la densité de l'air la portée est augmentée de 9667^{m}, soit de près de 10^{km} ou de 38 pour 100 environ.

On remarquera aussi que, par suite de cette circonstance, la vitesse après le sommet passe d'abord par un minimum, puis par un maximum (¹) et arrive au point de chute en décroissant.

MÉMOIRES LUS.

MÉDECINE. — *Action des antiseptiques sur le pus;* par M. **Pierre Delbet**.

Le problème du traitement des plaies infectées est d'une complexité si grande qu'il faut dissocier ses éléments pour l'étudier d'une manière scientifique.

Dans une précédente Communication, j'ai montré à quel point les antiseptiques troublent l'un des modes de défense de l'organisme, la défense cellulaire par la phagocytose.

J'apporte une nouvelle série d'expériences par lesquelles j'ai étudié l'action des antiseptiques sur le pus lui-même. Ces expériences conduisent à des résultats d'apparence paradoxale.

Technique. — Dans chaque série d'expériences, le pus provenant d'un malade et rendu par battage aussi homogène que possible est réparti en un certain nombre de pipettes où l'on introduit un volume à peu près double de la solution à étudier. Ces pipettes fermées à la lampe sont placées à l'étuve en même temps qu'une pipette témoin. Au bout de 24 heures, on les rouvre et avec chacune d'elles on fait un ensemencement et une préparation.

Résultat des ensemencements. — Bien que ces conditions soient particulièrement favorables aux antiseptiques, puisque le pus baigne dans la solution pendant 24 heures, la stérilisation est l'exception. Les ensemencements donnent en général des cultures abondantes.

L'antiseptique qui a été le plus efficace est l'un des plus faibles. La solution d'acide phénique à 2 pour 100 a stérilisé 6 fois sur 15.

(¹) Fait déjà signalé par Charbonnier.

La stérilisation a été obtenue seulement 2 fois sur 8 avec l'éther, 2 fois sur 9 avec le sublimé, 1 fois sur 6 avec l'eau oxygénée, 2 fois sur 12 avec la liqueur de Dakin, pas une seule fois sur 13 avec la liqueur de Labarraque.

Un pus hématique additionné de deux fois son volume de liqueur de Dakin depuis 13 jours donne encore des cultures de staphylocoque et de streptocoque.

Dans un grand nombre de cas, les bouillons ensemencés avec les pyocultures faites dans les antiseptiques donnent des cultures plus abondantes que les tubes ensemencés avec les pyocultures témoins.

De même, il n'est pas rare que le nombre de microbes augmente dans les plaies pansées avec des antiseptiques.

Trois hypothèses m'avaient paru capables d'expliquer ces faits : 1° l'altération des leucocytes; 2° la suppression des propriétés bactéricides des humeurs ; 3° l'accoutumance des microbes aux antiseptiques.

Je ne reviens pas sur les troubles de la phagocytose. La pyoculture m'a montré que le pus a parfois des propriétés bactéricides très marquées, mais je n'ai pas trouvé de méthode précise pour en étudier les variations. J'ai réussi à faire des races de streptocoques antiseptico-résistants (éther et acide phénique), mais elles cultivent pauvrement.

Étude des préparations. — L'étude des préparations des pyocultures faites dans les antiseptiques m'a conduit à une quatrième hypothèse.

Dans les pyocultures antiseptiques, particulièrement celles à l'hypochlorite, alors que les microbes sont détruits dans des parties étendues des préparations, ils sont extrêmement nombreux en certains points. La comparaison montre qu'en ces points ils se sont plus abondamment développés que dans la pyoculture témoin. C'est surtout le streptocoque qui présente ces colonies exubérantes.

Ce phénomène singulier m'a paru ne pouvoir s'expliquer que par l'hypothèse suivante. Les hypochlorites se combinent avec certains éléments du pus, de manière à former des substances qui sont très favorables aux microbes. Ces substances, je les appellerai provisoirement *intermédiaires* parce qu'elles se forment avant que l'antiseptique agisse sur les microbes.

Les combinaisons chimiques qui les produisent ont pour résultat non seulement de supprimer l'antiseptique, mais de le remplacer dans certains cas par un bon milieu de culture.

Milieux de culture à l'hypochlorite. — J'ai cherché à donner de cette hypothèse une démonstration expérimentale.

L'œuf, blanc et jaune mêlés par battage, est un milieu médiocre pour le staphylocoque, mauvais pour le streptocoque. Si on l'additionne d'un tiers, de moitié, de deux tiers de liqueur de Dakin, on obtient, dans la plupart des cas, un milieu de culture bon pour le staphylocoque, excellent pour le streptocoque. Or ce dernier microbe, lorsque la phase du vibrion et du perfringens est passée, reste l'agent d'infection le plus fréquent et le plus redoutable des plaies de guerre.

Sur ces milieux à l'hypochlorite, je n'ai pas obtenu, à l'air libre, de cultures pures de vibrion ni de perfringens. L'insuffisance de mon installation ne m'a pas permis de faire de cultures anaérobies Mais en ensemençant du perfringens sur des cultures déjà poussées de streptocoques, j'ai obtenu à l'air libre une culture abondante d'un bacille qui, bien que ne ressemblant plus morphologiquement au perfringens, a tué le cobaye en 15 à 20 heures avec production de gaz.

Les modifications chimiques produites par les hypochlorites, qui font de l'œuf un bon milieu de culture, particulièrement pour le streptocoque, me paraissent porter sur les graisses et sur les protéiques. Il se produit vraisemblablement des savons et une certaine dislocation peu avancée de la molécule d'albumine qui la rend plus utilisable pour les microbes. Mais cette question chimique dépasse de beaucoup ma compétence.

Si l'on envisage le microbe comme un réactif, on est conduit à penser que les modifications de l'œuf sont du même ordre que celles du pus. En effet les streptocoques prennent les mêmes caractères : longues chaînettes avec organisations très apparentes des grains en diplocoques.

Ainsi il arrive, avec certains antiseptiques, qu'en voulant tuer les microbes, on leur prépare une pâture.

La formation de substances intermédiaires, jointe à la suppression de la phagocytose par altération des cellules, explique que dans certains cas les pansements antiseptiques troublent l'évolution des plaies, augmentent le nombre des microbes et sont plus nuisibles qu'utiles.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique, des Beaux-Arts et des Inventions intéressant la défense nationale** invite l'Académie à procéder à la désignation de deux candidats pour chacune des deux places de Membres

titulaires vacantes au Bureau des Longitudes par suite des décès de M. le Commandant *Guyou* (Section de la Marine) et de M. *Hatt* (Section d'Astronomie).

(Renvoi aux Sections de la Division des Sciences mathématiques.)

M. **Almroth-E. Wright** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le Directeur de l'**École vétérinaire de Lyon** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

ASTRONOMIE. — *Sur quelques applications astronomiques de la photographie stéréoscopique. Description d'un appareil spécial, le « stéréogoniomètre »*. Note de M. **J. Comas Solà**, présentée par M. Bigourdan.

Dans une Communication insérée dans les *Comptes rendus* du 9 août 1915, j'ai donné un premier aperçu des applications que pourrait avoir la photographie stéréoscopique dans les études astronomiques des étoiles; et cela n'exige que la superposition binoculaire, dans un stéréoscope courant, de photographies bien réussies, séparées par un intervalle de temps assez court. Postérieurement, des expériences terrestres, sur des points connus en position, m'ont démontré qu'on peut aller encore bien plus loin, en sensibilité, que je n'avais supposé au début. Sans prétendre à donner encore un nombre définitif sur le minimum de perception stéréoscopique (d'ailleurs différent selon les organismes), pour le moment et pour mon cas, qui est normal, je m'arrête, à l'œil nu, entre $0'',1$ et $0'',2$ de déplacement angulaire. Dans les conditions où j'ai pris les photographies stellaires, ce déplacement serait dix fois moindre, soit entre $0'',01$ et $0'',02$. Eu égard à ces faibles valeurs angulaires, on prévoit tout de suite les grandes applications astronomiques de la méthode. J'ai pu, en effet, mettre en relief le mouvement propre d'un pourcentage élevé d'étoiles avec un mois seulement d'intervalle.

Ces résultats surprenants m'ont porté tout de suite à la construction d'un petit appareil indispensable dans ces études, et que j'appelle *stéréogoniomètre*. Son but est de donner l'angle de position du maximum de

relief ou de creux, c'est-à-dire la direction et le sens du mouvement des étoiles relativement brillantes rapportées au plan des étoiles les plus faibles et que, logiquement, on doit supposer bien plus éloignées.

Le stéréogoniomètre est une boîte en cuivre qu'on peut mettre facilement, comme une vue stéréoscopique, dans l'intérieur d'un stéréoscope courant.

Cette boîte a deux trous de 51^{mm} de diamètre et dont les centres sont séparés de 72^{mm}. Ces trous sont constitués par deux anneaux tournants et dentés dans leur limbe; une double vis micrométrique, d'un pas égal, donne simultanément un même mouvement de rotation aux deux anneaux, dans lesquels on place et fixe, par des ressorts, les deux photographies à examiner, sur papier ou sur verre, préalablement orientées. Un des anneaux est divisé en degrés. On lit, sans enlever le stéréogoniomètre du stéréoscope, les déplacements donnés aux photographies, au moyen d'un vernier placé sur le côté de l'anneau divisé. De cette manière, on peut déterminer le sens du maximum de relief ou de creux donné par l'étoile qu'on étudie, par rapport aux petites étoiles du fond qui l'entourent. Dans la pratique, il est préférable de déterminer l'angle de position qui correspond au passage de l'étoile qu'on vise par le plan des étoiles du fond. Cette position doit être théoriquement éloignée de 90° du maximum de relief ou creux, ou 180° de l'autre passage par le plan des étoiles du fond.

En répétant plusieurs fois les observations et en tenant compte des conditions théoriques antérieures, on peut obtenir, en général, même pour des étoiles à très faible mouvement, une très satisfaisante approximation.

En faisant tourner toujours dans le même sens les anneaux du stéréogoniomètre, on arrive, par exemple, à un angle α dans lequel l'étoile est sensiblement dans le plan du fond; on continue à tourner, on arrive à un autre angle α', à partir duquel l'étoile commence à ne pas être sensiblement dans ce plan. L'angle $\frac{\alpha' - \alpha}{2}$ mesurera la limite de notre sensibilité au relief pour l'étoile en question. Si, d'autre part, on détermine expérimentalement le minimum absolu m de notre sensibilité au relief, $\dfrac{m}{\sin\dfrac{\alpha' - \alpha}{2}}$ nous donnera la valeur du maximum de relief pour ladite étoile. C'est d'ailleurs une échelle stéréométrique très utile et qui peut être contrôlée par des observations de comparaison avec un astre à déplacement connu, tel que Neptune.

Au moyen de ce procédé stéréoscopique, dont la sensibilité et la précision dépassent beaucoup celles des procédés micrométriques anciens, j'ai pu voir et fixer l'angle de position du mouvement propre d'un grand nombre d'étoiles, notamment dans les constellations d'Antinoüs, d'Andromède, dans les Pléiades, etc. D'ailleurs c'est un procédé très simple et qui n'a pas besoin d'instruments puissants; aussi je pense qu'en organisant une

collaboration, en peu d'années on pourrait avoir des mouvements propres d'un très grand nombre d'étoiles.

Tout récemment, j'ai pu enregistrer par ce procédé, et d'une façon extrêmement ostensible, la parallaxe de l'étoile 61 Cygne, d'accord avec les courbes cycloïdes théoriques de l'angle de position et de relief. Cette série de photographies, commencée le 7 août 1915, a été continuée chaque mois jusqu'au présent. Je ne peux pas avancer encore des nombres, puisqu'il faut pour cela quelques mois de plus pour bien déterminer le mouvement propre de cette étoile par rapport aux petites étoiles qui l'entourent.

Dans le même champ il y a encore quelque autre étoile de parallaxe bien sensible. Enfin, je pense qu'on pourra facilement arriver à des parallaxes de $0'',01$, ou plus faibles encore, avec des instruments plus forts que le mien (objectif de 16^{cm}), mais parfaits. Le même procédé pourra être appliqué, sans doute, à l'étude orbitale des étoiles doubles, etc.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Simplification d'une formule de M. Liapounoff.* Note de M. **Pierre Humbert**, présentée par M. Appell.

Dans son Mémoire *Sur les figures d'équilibre peu différentes des ellipsoïdes d'une masse liquide homogène douée d'un mouvement de rotation*, troisième Partie, M. Liapounoff a exposé une méthode pour le calcul des éléments d'un jacobien critique quelconque. Lorsque la fonction de Lamé correspondante ne contient pas de radical, on est amené, dans la suite des opérations, à calculer la valeur de l'expression

$$K = E^2(\rho)\left\{\sum \frac{1}{2h_i(1-h_i)(h_i-q)}\,\frac{1}{E'^2(-h_i)(\rho+h_i)} + \frac{3}{4q\rho}\sum\frac{1}{h_i E'^2(-h_i)} - \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\rho+1}+\frac{1}{q(\rho+q)}\right]\sum\frac{1}{(1-h_i)(h_i-q)E'^2(-h_i)}\right\},$$

dans laquelle ρ et q sont connus, et $E(\rho)$ est la fonction de Lamé

$$E(\rho) = (\rho+h_1)(\rho+h_2)\ldots(\rho+h_m).$$

Les sommes sont prises de $i=1$ à $i=m$.

Nous nous proposons de donner à cette expression une forme beaucoup plus simple. Soit $B(\rho)$ le polynome, de degré inférieur au degré de $E(\rho)$, tel qu'on ait

$$A(\rho)E(\rho) + B(\rho)E'(\rho) \equiv 1, \tag{1}$$

A étant un polynome de degré inférieur à celui de $E'(\rho)$.

Cherchons à calculer les sommes figurant dans K. Par décomposition en éléments simples, nous avons

$$\frac{B(\rho)}{\rho(\rho+1)(\rho+q)E(\rho)} = \frac{B(0)}{q\rho E(0)} + \frac{B(-1)}{(1-q)(\rho+1)E(-1)} + \frac{B(-q)}{q(q-1)(\rho+q)E(-q)} + \sum \frac{B(-h_i)}{h_i(1-h_i)(h_i-q)E'(-h_i)} \frac{1}{\rho+h_i},$$

ce qui, en tenant compte du fait que, d'après (1),

$$B(-h_i)E'(-h_i) = 1,$$

nous donne la première des sommes en question.

De même

$$\frac{B(\rho)}{\rho E(\rho)} = \frac{B(0)}{\rho E(0)} - \sum \frac{1}{h_i(\rho+h_i)E'^2(-h_i)},$$

ce qui, en multipliant les deux membres par ρ et faisant tendre ρ vers l'infini, donne

$$\sum \frac{1}{h_i E'^2(-h_i)} = \frac{B(0)}{E(0)}.$$

Enfin le même procédé nous donne

$$\sum \frac{1}{(1-h_i)(h_i-q)E'^2(-h_i)} = \frac{B(-1)}{(q-1)E(-1)} + \frac{B(-q)}{(1-q)E(-q)}.$$

Remplaçant dans K ces sommes par leurs valeurs, en tenant compte de

$$\frac{B(0)}{E(0)\rho(\rho+1)(\rho+q)} = \frac{B(0)}{q\rho E(0)} + \frac{B(0)}{(1-q)(\rho+1)E(0)} + \frac{B(0)}{q(q-1)(\rho+q)E(0)},$$

et en posant, avec M. Liapounoff,

$$\Delta^2(\rho) = \rho(\rho+1)(\rho+q),$$

nous obtenons

$$\frac{K\Delta^2(\rho)}{E^2(\rho)} = \frac{1}{2}\frac{B(\rho)}{E(\rho)} + \frac{1}{4}\frac{B(0)}{E(0)} - \left[\frac{1}{4(\rho+1)(1-q)} + \frac{1}{4q(q-1)(\rho+q)}\right]\left[\frac{B(0)}{E(0)} + \frac{B(-1)}{E(-1)} + \frac{B(-q)}{E(-q)}\right].$$

D'autre part,

$$\frac{B(0)}{E(0)} = \sum \frac{1}{h_i E'^2(-h_i)}, \qquad \frac{B(-1)}{E(-1)} = \sum \frac{1}{(h_i-1)E'^2(-h_i)},$$

$$\frac{B(-q)}{E(-q)} = \sum \frac{1}{(h_i-q)E'^2(-h_i)}.$$

Or, d'après M. Liapounoff, entre les h_i et q existent m relations de la forme

$$\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_i - 1} + \frac{1}{h_i - q} = 2\frac{E''(-h_i)}{E'(-h_i)}.$$

Donc

$$\frac{B(0)}{E(0)} + \frac{B(-1)}{E(-1)} + \frac{B(-q)}{E(-q)} = 2\sum \frac{E''(-h_i)}{E'^3(-h_i)},$$

somme qui est nulle, étant la somme des résidus de la décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle $\frac{1}{E^2(\rho)}$.

Donc enfin

$$K\Delta^2(\rho) = \frac{1}{4}E^2(\rho)\frac{B(0)}{E(0)} + \frac{1}{2}E(\rho)B(\rho).$$

Il n'y a pas besoin d'insister sur la simplicité d'une telle expression comparée à celle de M. Liapounoff. Comme on obtient $B(\rho)$ par les opérations rationnelles du plus grand commun diviseur entre $E(\rho)$ et sa dérivée, le calcul de K pourra se faire sans que l'on connaisse les racines de $E(\rho)$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une série nouvelle de composés platiniques analogues aux sels de Cossa.* Note de MM. **L. Tschugaeff** et **W. Lebedinski**, présentée par M. A. Haller.

L. Ramberg (¹) ainsi que K. Hofmann et Bugge (²) ont démontré, il y a une dizaine d'années, que les chloroplatinites solubles (par exemple : K^2PtCl^4) donnent avec les nitriles organiques (R CN) des composés correspondant à la formule [Pt 2 R CN : Cl^2]. Aucun autre produit n'a été signalé jusqu'ici dans cette réaction.

En reprenant l'étude de ces corps qui nous intéressent à des points de vue différents, nous avons réussi à démontrer que les eaux mères résultant de l'action de l'acétonitrile sur le chloroplatinite de potassium contiennent, en même temps que l'excès de K^2PtCl^4, un autre corps également soluble dans l'eau. Tout comme le chloroplatinite, ce corps est précipitable par le chlorure de la première base de Reiset. En traitant le précipité brut, formé dans ces conditions, par de l'eau chaude additionnée de quelques gouttes

(¹) *D. Ch.*, 9ᵉ série, t. 40, 1907, p. 2578.

(²) *Id.*, p. 1772.

d'acide chlorhydrique, on obtient une solution jaunâtre qu'on sépare du sel de Magnus resté insoluble.

Le filtrat abandonne par refroidissement un précipité cristallin de couleur orange, formé par des plaques quadratiques et rappelant singulièrement le sel double de Cossa $[Pt\,4\,NH^3]\left[Pt\,{NH^3 \atop Cl^3}\right]^2$.

Les données analytiques obtenues, ainsi que les réactions chimiques de ce corps, ne firent que confirmer la supposition qui s'impose par elle-même, et notamment que nous avons ici le sel complexe analogue à celui de Cossa $[Pt\,4\,NH^3]\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]^2$ et correspondant à l'acide $H\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]$.

Chauffé avec de l'acide chlorhydrique en excès, le corps orangé laisse déposer bientôt un précipité abondant, de couleur rose foncé qui se change avec le temps en vert. Ce corps possède la composition et les réactions bien connues du sel vert de Magnus, le précipité rose représentant la forme isomère de ce sel décrit par Jörgensen. Cette réaction peut être représentée de la façon suivante :

$$[Pt\,4NH^3]\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]^2 + 2HCl = [Pt\,4NH^3]\,PtCl^4 + [P\,Cl^4]H^2 + 2CN^3CN;$$

l'acétonitrile formé est naturellement hydrolysé en acide acétique et en ammoniaque.

On remarquera que, d'après l'équation ci-dessus, l'ion $[PtCl^4]^{--}$ doit se former en quantité double par rapport à l'ion $[Pt\,4NH^3]^{++}$ présent. Ainsi la moitié de l'acide $[PtCl^4]H^2$ doit rester à l'état libre, ce qui a été confirmé par l'expérience.

En effet, le liquide séparé par filtration du sel de Magnus donne de nouveau un précipité abondant du même sel par l'addition du chlorure de la première base de Reiset. De plus, dans une expérience quantitative, nous avons obtenu un poids du sel vert très voisin de celui prévu par la théorie.

Pour obtenir des sels solubles correspondant à l'acide $H[PtCl^3.CH^3CN]$, on traite le sel double $[Pt\,4NH^3]\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]^2$ par le chloroplatinite correspondant en solution aqueuse acidulée de quelques gouttes de HCl et à la température du bain-marie. L'addition de l'acide chlorhydrique est indispensable pour éviter l'hydrolyse. Avec le chloroplatinite de potassium la réaction se passe suivant l'équation

$$[Pt\,4\,NH^3]\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]^2 + K^2PtCl^4 = 2\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]K + [Pt\,4\,NH^3]\,[PtCl^4].$$

Le sel potassique $\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]K$, que nous n'avons obtenu jusqu'ici qu'en solution aqueuse, redonne le sel double $[Pt\,4NH^3]\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]^2$ par addition du chlorure de la première base de Reiset; chauffé avec de l'acide chlorhydrique, il est décomposé avec formation de chloroplatinite de potassium; par l'action de l'acétonitrile en solution neutre, il donne le sel de Hofmann et Bugge.

De l'ensemble des faits précédents il résulte que l'acétonitrile se comporte vis-à-vis des chloroplatinites solubles d'une façon tout à fait analogue à l'ammoniaque et aux amines organiques.

MINÉRALOGIE. — *Sur la présence du platine en Espagne.* Note [1] de MM. **Domingo de Orueta** et **S. Piña de Rubies**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On a signalé plusieurs fois la présence du platine en Espagne, soit dans les sables aurifères de quelques rivières, soit dans des minéraux comme la pyrargyrite; mais il s'agissait toujours de *très petites* quantités de métal n'ayant pas comme origine le gisement péridotique, forme classique du gîte primaire du platine.

En Andalousie existe, entre Malaga et Gibraltar, le massif ou chaîne de Ronda, constituée par une série de roches fort semblables par leur constitution et leur distribution à celles décrites par Duparc, qui forment les gisements platinifères de l'Oural.

La zone centrale de péridotites mesure 72^{km} de long sur 20^{km} de large et se trouve entourée par d'autres de moindre étendue; nous pouvons la considérer comme une des plus importantes, sinon la plus vaste du monde. L'étude microscopique minutieuse des matériaux de ce gisement faite par l'un de nous [2] a mis en évidence l'analogie frappante qui existe entre ces roches et celles qui constituent les gisements platinifères de l'Oural, surtout en ce qui concerne *la dunite*, identité confirmée par l'étude chimique, faite également par l'un de nous, qui démontre qu'il s'agit de la même roche que dans l'Oural avec la même composition moléculaire:

---

[1] Séance du 20 décembre 1915.

[2] Domingo de Orueta, *Resultado práctico del estudio petrográfico de la Serrania de Ronda*. Instituto de Ingenieros civiles, 30 octubre 1915. Madrid.

$SiO^4Fe^2 + 11 SiO^4Mg^2$, formule identique à celle trouvée précédemment (¹) pour une trentaine de dunites provenant des dix principaux gisements platinifères de l'Oural. La teneur en chromite est aussi la même pour les deux roches. Étant donnée l'identité absolue entre ces dunites et tenant compte que cette roche est la gangue du platine, nous avons procédé à la recherche de celui-ci, d'abord sur des alluvions concentrés prises au contact du Bed-rock. L'étude spectrographique (faite avec le professeur A. del Campo) et ensuite l'étude chimique ont démontré la *présence du platine*.

La dunite draine à son profit tout le platine qui, originellement, s'est trouvé dans une masse déterminée de magma avant sa différenciation; en effet, on observe généralement que, plus grand est le centre dunitique, plus grande est sa richesse en platine (²) (sauf quelques exceptions; exemple : le gisement de Kitlim).

Comme un des affleurements dunitiques qui se trouvent dans la masse péridotique de Ronda, celui de Taguil, est à lui seul plus vaste que le plus grand gisement dunitique-platinifère du monde, un de nous (³) a cru de la plus haute importance de pratiquer quelques sondages pour avoir une idée approximative de l'importance de ces alluvions. Les résultats obtenus ont varié depuis des traces de platine jusqu'à des teneurs de 28^g de platine par mètre cube. La moyenne d'une cinquantaine de sondages a donné environ 3^g au mètre cube de sable platinifère.

Comme il s'agit d'une masse énorme d'alluvions, l'affaire a été prise en mains par l'État espagnol, qui se charge de faire tous les travaux nécessaires pour la reconnaissance de ces alluvions platinifères en vue d'une exploitation éventuelle.

Outre les dunites, on trouve toute la série de roches péridotiques, ce qui fait penser que la différenciation du magma n'a pas été absolument identique à celle de l'Oural. Cette question sera abordée dans une étude géologique et pétrographique de ces gisements, qui paraîtra prochainement et sera suivie de l'étude chimique et spectrographique des principaux matériaux du gisement : la dunite, la chromite, et le platine de Ronda.

(¹) S. Piña de Rubies, *Estudio acerca de la Dunita platinifera de los Urales* (*Rev. R. Acad. Cien. F. y Nat.*, septiembre 1911, Madrid. — L. Duparc, *Le platine et les gîtes platinifères de l'Oural*, 1911, p. 9.

(²) L. Duparc, *loc. cit.*, p. 65.

(³) Domingo de Orueta, *loc. cit.*

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les betteraves attaquées par le* Cercospora beticola sacc. Note (¹) de M. **Émile Saillard**, présentée par M. L. Maquenne.

La betterave à sucre a été attaquée, cette année, par un champignon qui, d'après le laboratoire de Pathologie végétale, est le *Cercospora beticola sacc.*; les effets de la maladie se sont surtout fait sentir dans l'Oise, Seine-et-Oise, une partie de Seine-et-Marne, etc.; ils ont été moins marqués aux confins de la région betteravière : Seine-Inférieure, Eure, Loiret, etc.

La récolte a été mauvaise en quantité et en qualité, quoique sa richesse saccharine, à part quelques exceptions, ait été à peu près la même qu'en année moyenne. En général les jus étaient moins purs et plus chargés de sels; les jus et sirops alcalins perdaient la plus grande partie de leur alcalinité pendant les chauffages pour l'épuration et l'évaporation; enfin on a obtenu, par 100^{kg} de racines apportées à l'usine, moins de sucre en sac et plus de sucre dans les mélasses qu'à l'ordinaire.

On avait constaté des anomalies semblables sur les betteraves de l'année très sèche 1911; à quoi faut-il les attribuer?

Au point de vue de l'industrie sucrière, l'azote total de la betterave à sucre peut être divisé en trois parties :

1° *L'azote albuminoïde*, qui est précipité presque en totalité par l'épuration calcico-carbonique.

2° *L'azote ammoniacal et amidé éliminable* (celui qui prend la forme de sel ammoniacal par ébullition avec un acide fort), qui se dégage presque entièrement, à l'état d'ammoniaque, pendant les chauffages en milieu alcalin (épuration, évaporation, cuites).

3° *L'azote nuisible*, qui, pour les fabriques qui font du sucre blanc, s'accumule dans la mélasse et augmente la proportion de celle-ci.

Suivant Andrlik (Bohême) l'azote total des betteraves est dosé par la méthode Kjeldahl-Iodlbauer; l'azote albuminoïde est précipité par l'hydrate de cuivre; l'azote amidé et ammoniacal est dosé dans le jus de digestion aqueuse (débarrassé de son azote albuminoïde) par ébullition de 2 heures en milieu acidifié par de l'acide sulfurique et distillation subséquente avec un excès de magnésie; l'azote nuisible, enfin, se calcule par différence (²).

(¹) Séance du 20 décembre 1915.

(²) Pour plus de détails voir Em. Saillard, *Betterave et sucrerie de betterave*, p. 162.

Les dosages de sucre ci-après ont été faits par la méthode de digestion aqueuse à chaud Degener-Saillard, ainsi que par l'inversion chlorhydrique et l'inversion diastasique.

Betteraves de 1915.		I.	II.	III.	IV.	V.
Sucre par digestion Degener-Saillard		15,10	11,41	13,16	14,53	15,36
Sucre par inversion chlorhydrique.	Méthode optique	14,80	11,00	12,81	14,26	15,24
	Méthode chimique	14,81	10,98	12,80	14,25	15,23
Sucre par inversion diastasique.	Méthode optique	14,81	10,99	12,79	14,27	15,23
	Méthode chimique	14,79	11,00	12,80	14,25	15,23
Azote total (p. 100 de sucre)		2,05	4,06	2,82	2,13	1,69
Azote albuminoïde (p. 100 de sucre)		0,96	1,34	1,42	0,85	0,88
Azote amidé et ammoniacal (p. 100 de sucre)		0,29	0,82	0,41	0,36	0,10
Azote nuisible (p. 100 de sucre)		0,80	1,90	0,99	0,92	0,71

Avant de tirer aucune conclusion de ces chiffres, je voudrais rappeler quelques résultats obtenus au cours des années précédentes; nous en avons beaucoup à notre disposition, attendu que depuis 1901 nous faisons chaque année des essais culturaux pour comparer les variétés de betteraves ou essayer différentes formules d'engrais.

		Pour 100 de sucre.			
		Azote			
Années.	Richesse saccharine.	total.	albuminoïde.	amidé et ammoniacal.	nuisible.
1907 (7 champs de 12 parcelles).	16,10	1,28	0,79	0,11	0,38
1909 (6 » de 6 »).	15,87	1,35	0,76	0,11	0,48
1910 (5 » de 6 »)	16,10	1,33	0,83	0,11	0,39
1911 (6 » de 7 »).	16,32	1,85	0,94	0,23	0,68
1912 (9 » de 7 »).	17,35	1,27	0,76	0,11	0,40
1915 (voir plus haut).	»	2-4	0,88-1,42	0,10-0,82	0,7-1,9

Conclusions. — 1° Les betteraves de 1915 contenaient, pour 100 de sucre, plus d'azote total, amidé, ammoniacal et nuisible que celles des années précédentes; elles en contenaient même plus que celles de l'année très sèche 1911. Comme ces dernières, elles ont donné lieu à de fortes pertes d'alcalinité et à une proportion élevée de mélasse.

2° Les deux inversions (chlorhydrique et diastasique) sont concordantes entre elles, mais les résultats en ont été plus faibles (jusqu'à 0,4 pour 100 pour le deuxième lot) que ceux obtenus par digestion aqueuse. Il y avait donc, dans ces racines, des matières dextrogyres, autres que le saccharose, non précipitables par le sous-acétate de plomb.

Nous avons reconnu que ces matières polarisantes disparaissent pour la plus grande partie, en tant que matières actives, pendant le travail industriel, en sorte qu'il ne reste presque plus d'azote amidé et ammoniacal dans les mélasses.

La disparition de ces substances dextrogyres autres que le saccharose est donc corrélative de l'élimination de l'azote amidé et ammoniacal et constitue une perte de polarisation. Des essais particuliers nous ont d'ailleurs appris que l'acide aspartique et l'acide glutamique, chauffés en milieu alcalin, perdent peu à peu de leur pouvoir rotatoire en dégageant de l'ammoniaque.

Ces recherches ont été effectuées en collaboration avec M. Wehrung.

ANATOMIE. — *Un cas de cordons thoraciques latéraux, vestiges embryonnaires probables de la bande de Wolf chez un homme.* Note de M. **Jules Regnault**, présentée par M. Edmond Perrier.

Nous avons eu l'occasion d'observer ces jours-ci une anomalie assez curieuse chez un homme dont la photographie est mise sous les yeux de l'Académie. Il s'agit d'un matelot, Pierre M., qui a de chaque côté du thorax un cordon saillant étendu du bord postérieur de l'aisselle à l'os iliaque près de l'articulation sacro-iliaque, suivant la ligne qu'a dû occuper la bande de Wolf.

Ce matelot a 30 ans, il ne présente aucune autre malformation; on note, dans ses antécédents, une fistule anale opérée en juin 1914 et une infection syphilitique qui a laissé une séro-réaction positive.

Un médecin qui l'a examiné en octobre 1914 a considéré les saillies anormales comme des cordons phlébitiques anciens mais éteints.

Un autre médecin qui l'a vu en octobre 1915 a noté que ces raies présentent une induration qu'il a comparée à celle des tissus chéloïdiens.

Quand nous les avons examinés, en décembre 1915, ces cordons avaient le volume d'une plume d'oie, leur saillie était plus accentuée quand le bras était relevé; ils étaient durs, indolores et présentaient quelques légères nodosités. Les circonstances actuelles n'ont pas permis de pratiquer une biapsie avec coupes microscopiques.

Le malade dit que ces cordons ont augmenté de volume et ont été momentanément douloureux après l'opération de la fistule (comme s'ils avaient été le siège d'une phlébite), mais il reconnaît qu'ils existaient depuis son enfance. Il n'a jamais eu une maladie de foie pouvant provoquer le dévelop-

pement d'une circulation thoraco-abdominale supplémentaire. D'ailleurs, en pareil cas, ces cordons ne seraient pas rectilignes, isolés et symétriques.

Ils semblent plutôt constituer des vestiges de la crête de Wolf de l'embryon et des membranes latérales ou ailes de certains animaux. Nous n'avons pas trouvé trace d'une anomalie semblable dans la littérature scientifique. Le cas nous a paru curieux et intéressant, c'est pourquoi nous le soumettons à l'Académie.

PHYSIOLOGIE. — *Formule individuelle de croissance physique pour les enfants des deux sexes*. Note [1] de M. **Paul Godin**, présentée par M. Edmond Perrier.

Avec la formule individuelle de croissance physique, on « fait le point » d'un enfant, d'un adolescent de l'un ou l'autre sexe, et l'on établit la *qualification physique* de l'enfance. En d'autres termes, on détermine la position actuellement occupée par l'enfant sur la courbe totale de la croissance, on marque sur cette courbe le moment prochain ou éloigné de l'éclosion pubertaire, on évalue les ressources physiques dont disposent ses activités intellectuelle et locomotrice, on localise et l'on apprécie quantitativement ses insuffisances de développement, on prévoit sa taille future, sa taille adulte.

Dans ma Note du 6 juillet 1914, figure sous le n° 6 des *lois de croissance*, l'énoncé suivant : « Des proportions déterminées pour chaque catégorie de constitutions organiques répondent à la période pubertaire... ». Aujourd'hui, je puis dire que « des proportions déterminées répondent à chacun des âges de l'évolution de croissance entre la naissance et 21 ans ».

Parmi les divers rapports proportionnels, le rapport entre les segments qui contiennent les viscères est particulièrement caractéristique, à condition toutefois qu'on envisage ces segments du point de vue de leur volume, calculé de façon approchée par la multiplication des diamètres.

Le volume du tronc V est rapporté au volume du crâne C, soit $\frac{C}{V}$. Ce rapport implique les corrélations anatomo-physiologiques de masse entre les viscères contenus, c'est-à-dire entre les viscères thoraco-abdominaux et les viscères encéphaliques. Il est un autre rapport, très caractéristique

---

(1) Séance du 20 décembre 1915.

également, qui tient compte des corrélations de ces mêmes viscères thoraco-abdominaux, V, avec les membres O, envisagés dans leur longueur : c'est le rapport $\frac{O}{V}$. Les quotients de ces deux fractions sont exprimés en unités et en dixièmes. Pratiquement, la réduction du nombre des chiffres est obtenue en divisant par un même nombre 3 les divers facteurs O, V et C qui, du reste, seront ensuite suffisamment représentés pour V et pour C par les trois premiers chiffres des produits et, pour O, par les deux premiers chiffres de la somme.

Et ce sont précisément ces deux rapports qui constituent la formule individuelle de croissance physique de l'enfant : $\frac{O}{C}$ et $\frac{C}{V}$.

La comparaison à celle de l'adolescent moyen de la formule individuelle de croissance physique d'un enfant fournit les notions importantes qui ont été mentionnées au début de cette Note.

Prenons un exemple : la formule individuelle d'un garçon de 13 ans et demi, Ph..., est

$$\frac{O}{V} = 11,7 \quad \text{et} \quad \frac{C}{V} = 4,2;$$

tandis que celle de l'adolescent moyen du même âge est

$$\frac{O}{V} = 12,2 \quad \text{et} \quad \frac{C}{V} = 4,5.$$

Voici pour Ph... le résultat de la comparaison :

a. L'*âge physiologique* (âge du développement physique) est de 12 ans et demi, marquant un retard d'un an sur l'âge chronologique.

b. L'*âge pubertaire* (différence entre l'âge physiologique et 15 ans et demi, âge moyen de l'éclosion pubertaire) est — 3; en d'autres termes, sa puberté se fera dans trois ans.

c. L'infériorité du rapport $\frac{C}{V}$ qui est de 0,3 marque une légère insuffisance du tronc vis-à-vis du crâne, insuffisance des viscères végétatifs à l'égard des viscères nerveux.

d. Pour le rapport $\frac{O}{V}$, l'infériorité atteint 0,5. Ici, c'est en fonction de la longueur des leviers locomoteurs que l'insuffisance du tronc se manifeste :

e. La taille actuelle est de $1^{m},44$. Cette stature, correspondant au rapport $\frac{C}{V} = 4,2$ et à l'âge physiologique de 12 ans et demi, représente les 84 centièmes de la taille adulte de Ph... Nous savons donc que sa taille adulte sera de $1^{m},70$.

f. Les proportions chez cet adolescent sont normales (l'écart de la moyenne étant inférieur à trois unités).

La formule individuelle de croissance physique constitue, on le voit, une source unique et fort riche de données fondamentales pour les directions médicale, hygiénique et éducative de l'enfance.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la galvanotaxie des leucocytes.* Note (¹) de M. **Maurice Mendelssohn**, présentée par M. A. Dastre.

Dans mes recherches sur l'irritabilité électrique des leucocytes, j'ai obtenu, en ce qui concerne l'action du courant galvanique, les résultats suivants :

L'énergie électrique exerce son action non seulement sur la forme, mais aussi sur la motilité des globules blancs du sang. Le leucocyte, sous l'influence du courant électrique, peut changer de place en exécutant une série de mouvements de propulsion dans une direction déterminée par le sens du courant. L'excitation galvanique du leucocyte, notamment l'excitation galvanique bipolaire, provoque, comme dans l'amibe, un état de contraction accompagnée des modifications de structure caractéristiques de l'état de contraction de la matière vivante en général. A l'anode, le protoplasma du globule blanc se contracte, son contour devient irrégulier et son aspect trouble. A la cathode le protoplasma est hyalin. Si l'on renverse les pôles, le protoplasma hyalin correspondant à la cathode devient vacuolaire et cesse de s'étendre. Si l'on excite les leucocytes au moment où ses pseudopodes s'étendent, on constate qu'à la fermeture du courant les pseudopodes se contractent et tout leur protoplasma afflue vers le corps cellulaire.

Le leucocyte est excité par le courant galvanique pendant tout le temps de son passage : l'excitation se produit à l'anode et à la cathode lors de la fermeture du courant et à la cathode seulement au moment de l'ouverture du courant. Ces phénomènes se produisent avec des courants faibles et moyens. Si l'on applique d'emblée un courant fort, le corps cellulaire du leucocyte, sans passer par le stade de contraction, subit, à la suite d'excitations hypermaximales, la destruction granuleuse du côté de l'anode.

Mais l'action du courant galvanique ne se borne pas seulement aux changements de la forme du leucocyte et au déplacement de son protoplasma. Le courant galvanique exerce aussi une action manifeste sur l'orientation

(¹) Séance du 20 décembre 1915.

des mouvements des globules blancs. C'est ainsi que se produit la *galvanotaxie* des leucocytes ([1]).

A la suite d'un grand nombre d'expériences, je pus déterminer avec une précision suffisante l'action du courant galvanique sur la direction des mouvements des leucocytes.

Lorsqu'un leucocyte au repos, avec ou sans ses nombreux pseudopodes, est traversé par un courant galvanique, il exécute une série de mouvements de reptation vers la cathode après avoir envoyé dans cette direction, aussitôt après la fermeture du courant, un gros pseudopode, dans lequel vient affluer la plus grande partie de sa masse protoplasmique. Le leucocyte change alors de forme; d'irrégulier et polypseudopodique qu'il était à l'état de repos, il devient allongé et pourvu d'un seul gros pseudopode du côté de la cathode. Ainsi transformé le leucocyte se place, à la fermeture du courant, son grand axe dans le sens du courant.

Si un leucocyte en mouvement est surpris par la fermeture du courant galvanique dont la cathode est opposée au sens de la reptation du globule blanc, ce dernier modifie sa direction primitive et se met à ramper vers la cathode. Il suffit de renverser le courant pour qu'un gros pseudopode se forme immédiatement du côté opposé du corps cellulaire du leucocyte et dans la direction de la nouvelle cathode, vers laquelle le globule blanc se met à ramper aussitôt. Les mouvements des leucocytes soumis à l'action du courant galvanique s'orientent donc toujours vers la cathode tant que le courant reste fermé. Les globules blancs du sang présentent par conséquent une galvanotaxie cathodique.

Il résulte de ces recherches que le leucocyte est doué non seulement d'une irritabilité électrique propre, pour ainsi dire cytoplasmique, mais aussi d'une irritabilité galvanotaxique grâce à laquelle le courant galvanique peut orienter la locomotion du globule blanc dans un sens déterminé.

Ce n'est pas ici le lieu de tenter l'explication des faits précités, ni d'entrer dans les détails de la méthode qui a servi pour les établir. Je le ferai dans un travail ultérieur où ces questions seront traitées *in extenso*.

([1]) Sous le nom de *galvanotaxie* on désigne la propriété que possèdent certains organismes, uni- ou pluricellulaires, de se mouvoir activement dans un sens ou dans l'autre sous l'influence du courant galvanique. La galvanotaxie peut être positive ou négative, suivant que le sujet excité par le courant se dirige vers le pôle positif ou négatif. — Voir, pour plus de détails, mon article : *Galvanotaxie*, dans le *Dictionnaire de Physiologie* de Ch. Richet, t. 7, 1904, p. 1.

ZOOLOGIE. — *Sur le chambrage des huîtres et sur l'infection possible des chambres par le fait d'une Annélide tubicole parasite de la coquille.* Note [1] de MM. C. **Houlbert** et C. **Galaine**, présentée par M. Edmond Perrier.

L'origine du chambrage des huîtres n'a pas encore reçu d'explication satisfaisante; la théorie qui admet que le Mollusque se défend en s'isolant, par une mince couche de nacre, contre une certaine quantité de vase introduite accidentellement dans sa coquille est insoutenable.

Voici quelques observations, recueillies récemment dans les parcs de la baie de Cancale et qui, tout en complétant nos connaissances sur cette curieuse particularité biologique, permettent d'expliquer quelques-uns des accidents infectieux auxquels les huîtres ont donné lieu.

L'huître chambrée, disent les auteurs, présente, *au-dessous du crochet, à l'intérieur de la valve creuse, une petite poche, contenue dans l'épaisseur de cette valve et limitée seulement du côté de la cavité de la coquille par une mince couche de nacre.*

Il est vrai que, dans quelques huîtres chambrées, principalement dans les jeunes, on ne trouve qu'une seule poche; mais, dans le plus grand nombre des cas et surtout chez les vieilles huîtres, nous avons trouvé deux, trois, quatre et même jusqu'à cinq chambres superposées. Très souvent même, nous avons observé des poches identiques dans l'épaisseur de la valve operculaire.

On ne peut pas dire non plus *que la couche de nacre qui limite la chambre ait été sécrétée pour clore une cavité accidentellement envahie par la vase.* Presque toujours, en effet, nous avons trouvé les chambres absolument propres, et il était facile de voir que leur intérieur n'avait jamais été souillé par aucune matière étrangère. Le seul fait bien visible est celui-ci : en différents points de la cavité uncinale, les couches de nacre successives ne sont point au contact, elles se sont formées à une petite distance les unes des autres, comme si l'animal, diminuant d'épaisseur, et habitant, par suite, une maison trop grande, avait voulu ramener sa demeure à ses propres dimensions; et, de fait, tous les ostréiculteurs considèrent que l'huître qui habite une coquille chambrée, est un animal amaigri, sans saveur, et ayant perdu au moins 25 pour 100 de sa valeur nutritive.

---

(1) Séance du 20 décembre 1915.

Le liquide contenu dans les chambres est, en général, tout à fait limpide, et, dans la grande majorité des cas, aseptique.

A l'analyse, on trouve qu'il renferme une quantité de chlorure de magnésium supérieure à celle de l'eau de mer; c'est ce chlorure magnésien, associé à une petite proportion de sulfate, qui donne le goût âcre (analogue à celui de l'eau de Châtel-Guyon) qu'on perçoit lorsqu'on crève les chambres superficielles en ouvrant les huîtres, accident qu'il est d'ailleurs *à peu près impossible d'éviter* si l'on n'est pas prévenu.

Lorsque d'autre part, par le fait des parasites dont nous parlerons plus loin, un peu de vase pénètre dans les chambres uncinales, le liquide de ces chambres acquiert une odeur sulfhydrique très désagréable qui rend l'huître immangeable. Tout porte à croire que l'invasion des chambres par la vase introduit des bactéries sulfhydrogènes et qu'il s'y produit des réactions analogues à celles qui ont lieu dans la vase des ports.

Il va sans dire que toutes les bactéries, banales ou pathogènes, qui habitent dans la vase sous-jacente, pénétreront dans les chambres par le même mécanisme et qu'ainsi peuvent s'expliquer la plupart des accidents infectieux auxquels les huîtres ont donné lieu.

Plusieurs espèces marines vivent en commensales ou en parasites dans l'épaisseur de la coquille des huîtres; celle que nous avons trouvée le plus fréquemment, à Cancale, est une Annélide tubicole, indéterminée, mais appartenant probablement au genre *Sclerocheilus*.

Cette Annélide creuse, entre les couches de nacre, des canaux très allongés, à trajet sinueux, de coloration brunâtre, partant du bord externe de la coquille et s'étendant plus ou moins loin vers l'intérieur. En disséquant avec soin quelques-uns de ces trajets canaliculeux, nous avons vu que l'Annélide en occupe le fond et qu'elle y vit recourbée en forme d'U. Tout autour du canal, les couches de nacre sont décalcifiées et colorées en brun. Si, *comme cela se produit fréquemment*, l'Annélide vient à abandonner sa galerie, celle-ci est immédiatement envahie par la vase et par le cortège immense des bactéries qu'elle héberge; la galerie du parasite devient le point de départ d'une infection microbienne très intense et c'est alors qu'on voit s'étendre ces grandes taches d'abord jaunâtres, puis brunes et même quelquefois noires, qui ornent d'une façon si capricieuse l'intérieur des coquilles parasitées.

En examinant la disposition de ces taches, on constate qu'elles gagnent de plus en plus vers les parties centrales de la coquille, et qu'elles finissent par arriver jusqu'aux chambres uncinales; d'ailleurs, même en dehors de l'action de l'Annélide parasite, les germes infectieux peuvent attaquer la

coquille par ses bords et pénétrer plus ou moins loin entre les feuillets de nacre; les deux modes d'infection coexistent fréquemment.

La proportion des huîtres avec des chambres uncinales contaminées par la vase varie suivant les localités; lorsque l'infection existe, la consommation des huîtres présente un danger réel, puisqu'il est à peu près impossible de manger une huître sans crever la chambre.

Le chambrage des huîtres n'est pas, ainsi qu'on l'a cru jusqu'ici, un accident pathologique; nous le considérons comme la persistance d'une propriété ancestrale, dont les manifestations les plus remarquables se sont rencontrées chez les Rudistes de l'époque crétacée et chez tous les Ostréidés à long crochet (*Ostrea cornucopiæ*).

Les Rudistes représentent, en effet, un phylum pélécypodien, adapté à un mode de vie spécial; ils vivaient en bancs épais comme les huîtres, et leur coquille inférieure (gauche) était chambrée naturellement par des cloisons transversales (chambres à eau des Radiolites et des Caprinelles). D'autres lamellibranches (*Spondylus*) et un grand nombre de Céphalopodes ont aussi possédé cette propriété; le cloisonnement régulier de la coquille chez les Orthocères, chez les Ammonidés, chez le Nautile et la Spirule, n'est autre chose qu'un chambrage naturel.

Il n'y a donc rien d'extraordinaire à retrouver cette tendance, à l'état de vestige, chez les Ostréidés actuels.

A 16 heures l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.